

# Náboj - Mathematikteamwettbewerb für Gymnasiasten

Nina Stumpf, ETH, stumpfn@student.ethz.ch

Ondrej Budac, Google, ondrob@gmail.com

Marek Tesar, Google, tesulo@gmail.com

***Jahr 2018, Aufgabe 4:** Laura und Marie stehen auf einem Marktplatz und zählen im Uhrzeigersinn alle rundherum angrenzenden Häuser. Als Startpunkt hat sich jede ein anderes Haus gewählt, so dass Lauras Haus Nummer 4 dasselbe ist wie Maries Haus Nummer 16 und Lauras Nummer 12 dasselbe ist wie Maries Nummer 7. Wie viele Häuser grenzen an den Marktplatz?*

Das ist eine der 55 Aufgaben, die Teilnehmer an Náboj 2018 bearbeiteten. Der internationale Wettbewerb dauert 120 Minuten, in denen Teams à fünf Gymnasiasten so viele Aufgaben wie möglich zu lösen versuchen. Der Schwierigkeitsgrad steigert sich fortlaufend, je länger je mehr sind eigene Ideen und Kreativität gefordert, es geht um mehr als die Anwendung erlernter Methoden.

2019 wird der Wettbewerb erstmals auch in der Schweiz stattfinden - vielleicht mit einem Team fünf Ihrer SchülerInnen?

## 1 Ablauf des Wettbewerbs

Vor Beginn des Wettbewerbs erhält jedes Team einen geschlossenen Umschlag mit den ersten sechs Aufgaben. Sobald es los geht, dürfen sie diesen öffnen und beliebige der Aufgaben bearbeiten. Ausser Schreibzeug und Zeichenutensilien sind keine weiteren Hilfsmittel erlaubt.

Die Lösung ist üblicherweise eine einzelne Zahl. Das Resultat ist auf dem Aufgabenzettel zu notieren und beim Kontrollpunkt vorbeizubringen. Ist die Lösung korrekt, erhält das Team eine neue Aufgabe. Sonst kann die Lösung korrigiert werden, bei zu vielen Versuchen kann eine Erklärung der Lösung verlangt werden.

Es gewinnt das Team mit den meisten gelösten Aufgaben. Preise werden auf lokaler Ebene vergeben, während dem Wettbewerb wird aber die Live-Rangliste über sämtliche Austragungsorte angezeigt, um den internationalen Charakter des Anlasses erlebbar zu machen. Die Rangverkündigung findet direkt anschliessend an den Wettbewerb statt.

## 2 Wie Náboj sich entwickelte

Náboj wurde erstmals 1998 in Bratislava (Slowakei) durchgeführt. Damals wurde auf einer Pinnwand (slowakisch *nástenka*) Buch geführt über die Anzahl gelöster Aufgaben, deshalb auch der Name *Náboj*, der eine Kurzform ist von *nástenkový boj*, was so viel heisst wie Pinnwandwettkampf. Dass das Wort auch Projektil bedeutet, ist kein Zufall, sondern unterstreicht die Rolle der Geschwindigkeit.

2005 wurde nach Prag (Tschechien) expandiert, seitdem wuchs der Wettbewerb exponentiell. Wegen der grossen Beliebtheit kamen 2012 zwei weitere Städte in Tschechien und der Slowakei hinzu. Richtig international wurde es 2014, als Passau (Deutschland) hinzukam. Ein Jahr später folgten Budapest

(Ungarn), Krakau (Polen) und Linz (Österreich), im Jahr darauf vier weitere Städte, 2017 mit Edinburgh (Schottland) der bisher westlichste Austragungsort und 2018 mit Constanta (Rumänien) der bisher östlichste. 2018 fand Náboj somit in 15 Städten in 8 Ländern statt - und 2019 nun auch in Zürich!

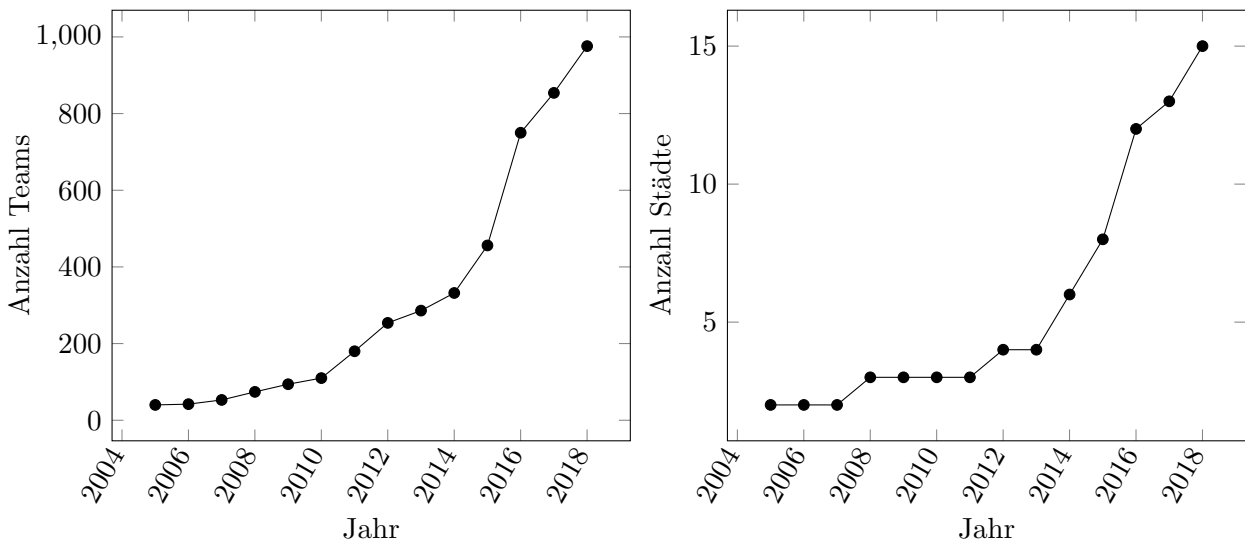


Abbildung 1 – Wachstum von Náboj über die Jahre.

### 3 Beispielaufgaben

#### Jahr 2018, Aufgabe 4 (Artikelanfang)

**Ergebnis:** 17

**Lösungsweg:** Da Lauras Haus Nummer 4 dasselbe ist wie Maries Haus Nummer 16, gibt es bei der Zählung der Häuser einen Abschnitt, in dem Maries Nummern um 12 grösser sind als Lauras Nummern. Allerdings muss dieser Abschnitt an Häusern enden, bevor Laura ihr zwölftes Haus erreicht, weil dieses Haus ja sonst in Maries Zählung die Nummer  $12 + 12 = 24$  hätte. Der Unterschied zwischen dieser Zahl 24 und der tatsächlich von Marie gezählten Nummer 7 gibt die Anzahl der Häuser an. Also grenzen  $24 - 7 = 17$  Häuser an den Marktplatz an.

**Jahr 2017, Aufgabe 2:** Ein Rechteck ist wie abgebildet in neun kleinere Rechtecke unterteilt. Die Zahl, die in einem kleinen Rechteck steht, gibt den Umfang dieses kleinen Rechtecks an. Welchen Umfang hat dann das grosse Rechteck?

	9	
14	10	17
	12	

**Ergebnis:** 42

**Lösungsweg:** Bei einem Blick auf die Abbildung erkennt man Folgendes: Der Umfang des grossen Rechtecks ist gleich der Summe der Umfänge der vier äusseren kleinen Rechtecke, bei denen der

Umfang gegeben ist, minus den Umfang des kleinen Rechtecks in der Mitte. Also ist die Antwort  $14 + 9 + 17 + 12 - 10 = 42$ .

**Jahr 2016, Aufgabe 8:** Ein Tag soll Glückstag heissen, wenn sein im Format  $TT.MM.JJJJ$  geschriebenes Datum aus acht verschiedenen Ziffern besteht. Dabei steht  $TT$  für den Tag,  $MM$  für den Monat und  $JJJJ$  für das Jahr, wobei Tage und Monate unter 10 mit führender Null geschrieben werden. Beispielsweise war der 26.04.1785 ein Glückstag. Wann wird vom heutigen Tag aus gesehen der nächste Glückstag sein?

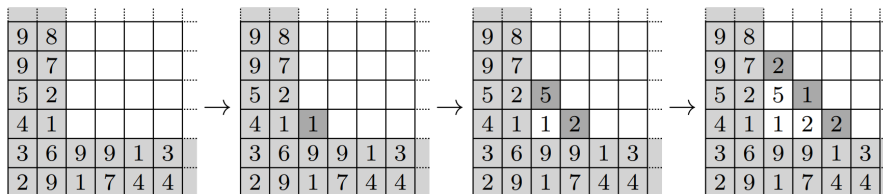
**Ergebnis:** 17.06.2345

**Lösungsweg:** In allen kommenden Jahren der Form  $20^{**}$  kann es keinen Glückstag geben, denn es lässt sich kein passender Monat finden. Sollen Jahre  $21^{**}$  zu einem Glückstag führen, so muss der Monat eine 0 enthalten, weshalb es dann unmöglich wird, einen geeigneten Tag zu finden. Nun werden Jahre der Form  $23^{**}$  betrachtet. Der Monat eines Glückstages muss dann eine 0 enthalten und der Tag muss folglich mit 1 beginnen. Als nächstgelegenes Jahr kommt 2345 mit dem Monat 06 in Frage. Indem man noch die 17 als Tag setzt, erhält man den 17.06.2345 als den gesuchten Glückstag.

**Jahr 2018, Aufgabe 33:** In jede Zelle einer Tabelle der Grösse  $2018 \times 2018$  soll eine Zahl aus  $\{1, 2, \dots, 9\}$  geschrieben werden, so dass in jedem Quadrat der Grösse  $3 \times 3$  die Summe der darin enthaltenen Zahlen durch 9 teilbar ist. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, um dies zu erreichen?

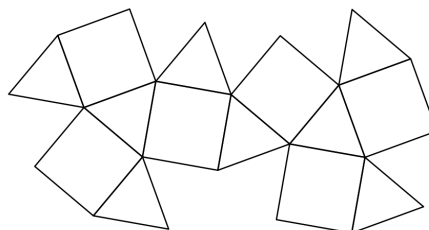
**Ergebnis:**  $9^{8068}$

**Lösungsweg:** Jede Füllung der 8068 Zellen, welche die zwei untersten Reihen und die ersten zwei Spalten am linken Rand bilden, legt die gesamte Füllung fest, da die übrigen Zahlen in aufeinander folgenden Diagonalen eindeutig bestimmt sind. Ein Beispiel dafür ist in der Abbildung zu sehen.



Offensichtlich legt jedes korrekte Füllen der  $2018 \times 2018$  Tabelle auch eine Füllung dieser 8068 Zellen am Rand fest. Daher entspricht die Anzahl der beliebigen Füllungen dieser Zellen der Anzahl der Möglichkeiten, die gesamte Tabelle zu füllen. Die gesuchte Anzahl ist also  $9^{8068}$ .

**Jahr 2016, Aufgabe 37** Das Netz eines Körpers besteht aus acht regelmässigen Dreiecken und sechs Quadraten, wie in der Abbildung zu sehen ist:



Angenommen die Länge jeder Kante beträgt 1 km. Wie gross ist das Volumen des Körpers in  $\text{km}^3$ ?

**Ergebnis:**  $\frac{5}{3}\sqrt{2}$

**Lösungsweg:** Der beschriebene Körper kann wie folgt aus einem Würfel entstehen: Jede Ecke des Würfels wird so weggeschnitten, dass der Schnitt durch die Mittelpunkte der benachbarten Kanten verläuft. Der Würfel besitzt also die Kantenlänge  $\sqrt{2}$  und somit das Volumen  $2\sqrt{2}$ . Die weggeschnittenen Körper haben die Form von (schiefen) Pyramiden mit einem gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche. Die Kathetenlänge dieses Dreiecks beträgt  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  und auch die Höhe beträgt  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Das Volumen einer weggeschnittenen Pyramide beträgt daher  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{24}$ . Damit ist das Volumen des gegebenen Körpers  $2\sqrt{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{24} = \frac{5}{3}\sqrt{2}$ .

## 4 WE LIKE NABOJ

Zum "wir" zählen hoffentlich auch Sie schon. Bevor Sie nun Ihre SchülerInnen zur Teilnahme motivieren noch einige Informationen zur Durchführung des Wettbewerbs:

**Datum** 22. März 2019

**Zeit** 11:00 bis 15:00

**Ort** ETH Zürich, Gebäude LEE, Raum E101

**Anmeldung** als 5er-Team, offiziell ab dem 18.02.2019 über [math.naboj.org](http://math.naboj.org)

**Teilnahmeberechtigt** sind sämtliche SchülerInnen Schweizer Gymnasien. Die Aufgaben werden jedoch ausschliesslich auf Deutsch zur Verfügung gestellt und sind vom Schwierigkeitsgrad her auf die letzten beiden Jahre vor der Matura ausgelegt.

Und nun zum Abschluss:

**Jahr 2017, Aufgabe 48** Von dem Kryptogramm  $WE \cdot LIKE = NABOJ$  sind folgende Eigenschaften bekannt: Verschiedene Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern und keine der Zahlen beginnt mit der Ziffer Null. Bezeichnet man mit  $Q(n)$  die Quersumme einer natürlichen Zahl  $n$ , so gilt  $Q(WE) = 11$ ,  $Q(LIKE) = 23$  und  $Q(NABOJ) = 19$ . Bestimme als Lösung die fünfstellige Zahl, die sich hinter  $NABOJ$  verbirgt.

Die Lösung zur Aufgabe findet sich im Archiv auf der Webseite. Ganz so gross wie die gesuchte Zahl wird das Interesse an Náboj wohl nicht sein, wir können aber sehr schlecht einschätzen, wie gross und wie gut der Informationsfluss funktioniert, deshalb wären wir froh um **provisorische Anmeldungen per E-Mail an [info-ch@math.naboj.org](mailto:info-ch@math.naboj.org)** sobald wie möglich. Unter dieser Adresse stehen wir auch für Fragen zu Verfügung.

## Links

[1] *Offizielle Webseite von Náboj* ([math.naboj.org](http://math.naboj.org))