



Bulletin

Oktober 2010 – Octobre 2010

N° 114

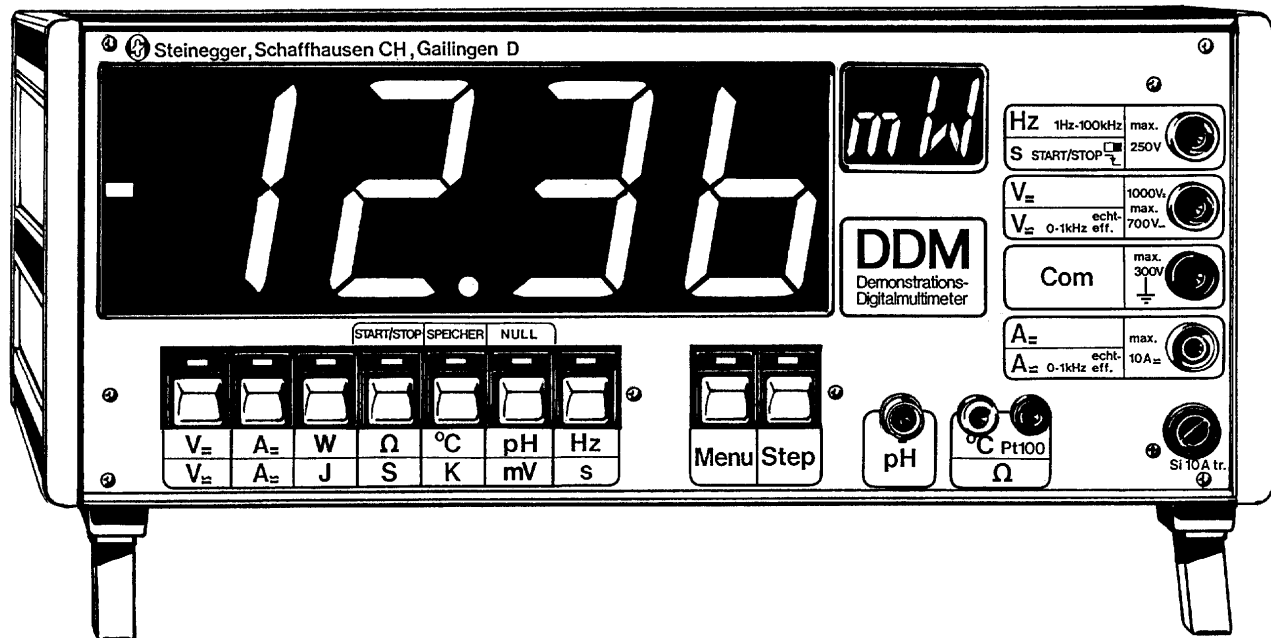


VSMP – SSPMP – SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

Demonstrations-Digitalmultimeter DDM

Art. Nr. 26



**Misst: Spannung, Strom, Wirkleistung, Energie, Widerstand,
Temperatur, pH-Wert, Zeitintervall und Frequenz
56mm hohe LED-Ziffern und 9999 Messpunkte
Automatische und manuelle Bereichsumschaltung
Mehr als 20 Zusatzgeräte direkt anschließbar
Einfacher Datenaustausch mit PC/Mac im Multitasking über
die bidirektionale Serieschnittstelle
2 freiprogrammierbare Analog-Ausgänge
Ausführliche 75-seitige Bedienungsanleitung**

Preis inkl MWSt. Fr 2'320.-

Die kostenlose Kurzbeschreibung "Demonstrations-Digitalmultimeter DDM
Art. Nr. 26" erhalten Sie direkt vom Hersteller:

Steinegger & Co.
Rosenbergstrasse 23
8200 Schaffhausen



Fax : 052-625 58 60
(: 052-625 58 90
Internet: www.steinegger.de

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

Generalversammlung des VSMP – Assemblée générale de la SSPMP 3



Commission Romande de Physique 4

Jean-Daniel Monod
Exposition scientifique 4



Commission Romande de Mathématiques 5

Jean Piquerez
Le problème des 3 cylindres 5

Deutschschweizerische Physikkommission 8

Martin Lieberherr
Wasserballon und Schlauchmilch 8

DPK

Webbasierte Astro-Simulationen der Uni ZH 10

Daniel Wirz
IYPT vom 9. bis 16. Juli 2010 in Wien 11

11. Schweizerischer Tag für Physik und Unterricht 12

Deutschschweizerische Mathematikkommission 13

H.R. Schneider
Bericht zur Maturaarbeit: Simulated Annealing 13



Dr. Herbert Hunziker
Bericht über eine Maturaarbeit: Bildverzerrung
durch Signalretardation 17

Alfred Vogelsanger
Bericht zu drei Maturaarbeiten 21

Hansjürg Stocker
 Fermat's letzter Satz 23

Albert A. Gächter
 Achille Brocot, der Uhrmacher 24

Kurse

29. Basler Kolloquium für Mathematiklehrpersonen 30

Elemente - ΣΤΟΙΧΕΙΑ - ELEMENTA 32

Kolloquium über Mathematik, Informatik und Unterricht 33

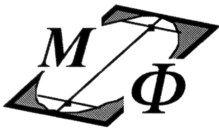
Impressum 36

Internet-Adressen – *Adresses Internet*

<http://www.vsmf.ch> — <http://www.sspmp.ch> — <http://www.ssimf.ch>

Titelseite

Planetenuhr in Prag, siehe Artikel von Albert A. Gächter, Site 24.



GENERALVERSAMMLUNG des VSMP-ASSEMBLEE GENERALE de la SSPMP
Freitag 19. November 2010, *Vendredi 19 novembre 2010*
Alte Kantonsschule Aarau, Konferenzzimmer Albert Einstein Haus, Bahnhofstrasse 91, 5001 Aarau

I. Rahmenprogramm

16:00 Uhr Besuch der Sammlung Kern / *Visite de la collection Kern*
Schlössli Aarau, Schlossplatz 23, 5000 Aarau

II. Generalversammlung 2010 – Assemblée générale 2010

17:30 Uhr

Traktandenliste - <i>Ordre du jour</i> Begrüssung - <i>Salutations</i> 1. Traktandenliste 2010, Protokoll 2009 - <i>Ordre du jour 2010, procès verbal 2009</i> 2. Mutationen – <i>Mutations</i> 3. Jahresberichte – <i>Rapports annuels</i> 4. Jahresrechnungen 2009/2010 – <i>Comptes annuels 2009/2010</i> 5. Mitgliederbeitrag - <i>Cotisations</i> 6. Budget 2010/2011 – <i>Budget 2010/2011</i> 7. Diskussion und Varia – <i>Discussion et divers</i>
--

Das Protokoll der letzten GV und die Traktandenliste sind auf unserer Website www.vsmpp.ch zu finden. *Le procès verbal de la dernière AG et l'ordre du jour on peut trouver sur notre site internet www.sspmp.ch.*

III. Gemeinsames Abendessen – Repas du soir en commun

Im Anschluss an die GV werden wir in einem Restaurant ein gemeinsames Nachtessen einnehmen. Der Ort wird an der GV bekannt gegeben. *Un diner en commun est prévu dans un restaurant près du lycée après l'assemblée. L'endroit sera communiqué sur place.*

| Weitere Auskünfte – *Pour plus d'informations*: F. Meier, Alpenquai 44, 6005 Luzern (Tel 079 79 89 770; franz.e.meier@bluewin.ch).



CRP - Exposition scientifique - CRP

Depuis plusieurs années, la CRP met sur pied des expositions qui sont destinées à attirer l'attention des élèves sur des problématiques de type scientifique et les intéresser aux sciences.

Après une expo « Einstein », puis « Physique et médecine », l'exposition achetée à l'Université de Genève intitulée « De la terre à l'univers » et mise à disposition gratuitement des établissements pour une durée de trois semaines, a circulé en 2009-2010 dans 21 lycées, collèges et gymnase de Suisse Romande (sur un total de 37). Trente-deux panneaux pouvaient ainsi être présentés comme exposition thématique animant des couloirs ou des lieux de rencontre fréquentés par les étudiants.

Dans certains lycées, ce fut le prétexte pour créer un événement mettant l'accent sur l'année mondiale de l'astronomie et aussi l'occasion de faire parler de sciences en plus des cours officiels et obligatoires.

Des remarques d'élèves enthousiastes, ainsi que la bonne conservation du matériel après de nombreuses semaines d'exposition à un public de plusieurs milliers de personnes, montrent que la formule est praticable en 2010, malgré la présence – voire la croissance – d'incivilités.

Actuellement cette exposition est encore à disposition des écoles, tout comme celle consacrée à Physique et médecine d'ailleurs. Une nouvelle exposition, consacrée aux nanotechnologies et/ou aux rapports entre physique et objets de la vie quotidienne est en préparation pour cet automne. Des nouvelles à ce sujet vous seront adressées prochainement par le canal du bulletin.

J-D Monod président de la CRP



Photographie de O.Dubail, Lycée cantonal de Porrentruy



Le problème des 3 cylindres

Jean Piquerez

Soit un repère orthonormé $Oxyz$. Soient 3 cylindres de même rayon R et d'axes Ox , Oy et Oz respectivement. Calculer le volume de leur partie commune.

Préambule

$$\left. \begin{aligned} \sin(\beta) &= \frac{z}{R} \\ \alpha &= \frac{\pi}{2} - 2\beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin(\alpha) = \cos(2\beta)$$

$$= 1 - 2\sin^2(\alpha) = 1 - 2\left(\frac{z}{R}\right)^2$$

$$B = \text{aire secteur } DIJ - \text{aire triangle } DIJ = \frac{R^2}{2} [\alpha - \sin(\alpha)]$$

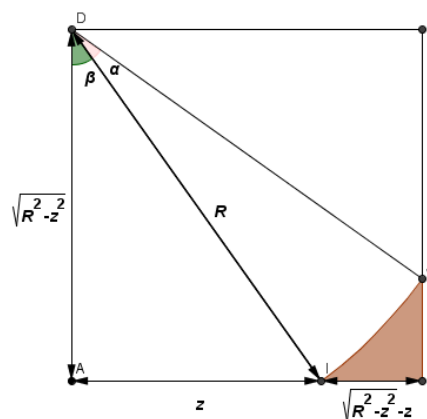
$$B(z) = \frac{1}{2} R^2 \left[\arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) - \left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) \right]$$

$A(z) = \text{Aire triangle curviligne } IBJ :$

$$A(z) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{R^2 - z^2} - z \right]^2 - B(z) = \frac{1}{2} \left[R^2 - 2z\sqrt{R^2 - z^2} \right] - \frac{1}{2} R^2 \left[\arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) - \left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) \right] =$$

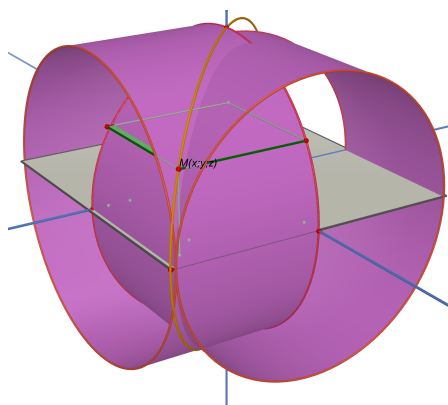
$$R^2 - z^2 - \frac{1}{2} R^2 \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) - z\sqrt{R^2 - z^2}$$

$$\Rightarrow S(z) = R^2 - z^2 - A(z) = \frac{1}{2} R^2 \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) + z\sqrt{R^2 - z^2}$$



Revenons alors au problème posé et considérons dans un premier temps le problème plus simple consistant à calculer le volume de la partie commune à deux cylindres de même rayon R et d'axes orthogonaux Ox et Oy .

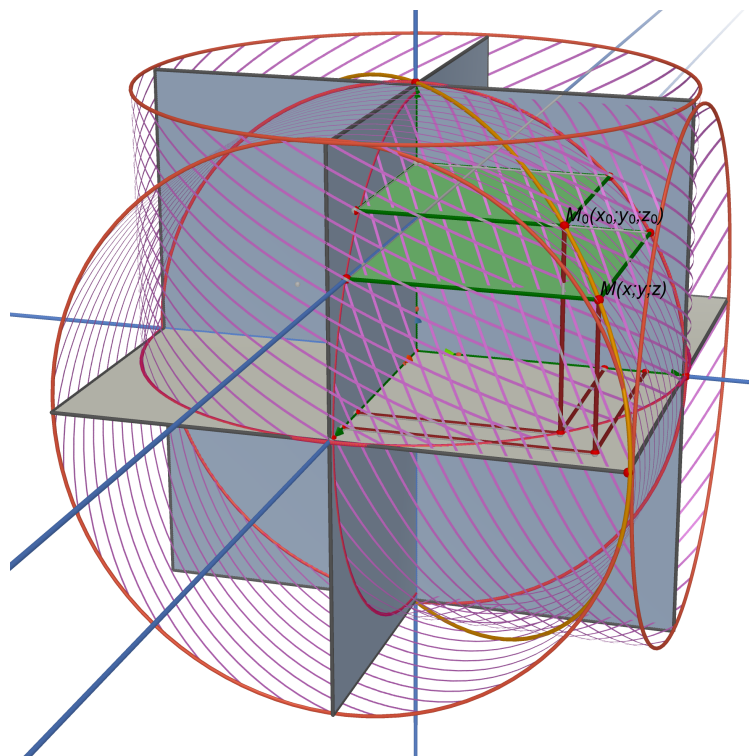
Intéressons-nous à la partie commune située dans le 1^{er} octant (voir figure ci-contre).



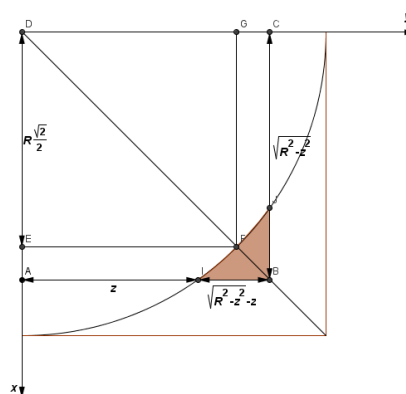
Si l'on coupe cette partie commune par des plans horizontaux, donc parallèles à Oxy , à la cote z , l'intersection obtenue est un carré de côtés $x = y = \sqrt{R^2 - z^2}$ donc d'aire $S(z) = R^2 - z^2$, avec $0 \leq x, y, z \leq R$.

$$\text{Ainsi } V = 8 \int_0^R S(z) dz = 8 \int_0^R (R^2 - z^2) dz = 8 \left(R^2 z - \frac{1}{3} z^3 \right) \Big|_0^R = \frac{16}{3} R^3 .$$

Imaginons maintenant un 3^{ème} cylindre de même rayon et d'axe Oz (voir figure ci-dessous).



M_0 est de coordonnées $x_0 = y_0 = z_0 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ et pour $z \in \left[\frac{R\sqrt{2}}{2}; R \right]$ les sections $S(z)$ précédentes restent incluses dans le 3^{ème} cylindre, alors qu'il n'en est rien si $z \in \left[0; \frac{R\sqrt{2}}{2} \right]$. Dans ce dernier cas, l'aire $S(z) = R^2 - z^2$ sera amputée de $A(z)$ (voir figure ci-contre).



Ainsi on a :

$$\int_0^R S(z) dz = \int_{R\sqrt{2}/2}^R (R^2 - z^2) dz + \int_0^{R\sqrt{2}/2} \left[\frac{R^2}{2} \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) + z\sqrt{R^2 - z^2} \right] dz =$$

$$\underbrace{\left(R^2 z - \frac{1}{3} z^3\right) \Big|_{R\sqrt{2}/2}^R}_{R^3(8-5\sqrt{2})/12} + \frac{R^2}{2} \int_0^{R\sqrt{2}/2} \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) dz - \underbrace{\frac{1}{3}(R^2 - z^2)^{3/2} \Big|_0^{R\sqrt{2}/2}}_{R^3(\sqrt{2}-4)/12} =$$

$$\frac{R^3}{2}(2 - \sqrt{2}) + \underbrace{\frac{R^2}{2} \int_0^{R\sqrt{2}/2} \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) dz}_I$$

Tout revient donc à calculer cette dernière intégrale ?! Procédons par parties en posant : $\alpha = \frac{2}{R^2}$

$$u'(z) = 1 \Rightarrow u(z) = z \text{ et } v(z) = \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) \Rightarrow v'(z) = \frac{-2\alpha z}{\sqrt{1 - (1 - \alpha z^2)^2}}, \text{ d'où :}$$

$$I = \underbrace{z \arcsin\left(1 - \frac{2z^2}{R^2}\right) \Big|_0^{R\sqrt{2}/2}}_0 + \int_0^{R\sqrt{2}/2} 2z(2\alpha - \alpha^2 z^2)^{-1/2} dz = -\frac{1}{\alpha} \int_0^{R\sqrt{2}/2} \underbrace{-2\alpha^2 z(2\alpha - \alpha^2 z^2)^{-1/2}}_{2(2\alpha - \alpha^2 z^2)^{1/2} \Big|_0^{R\sqrt{2}/2}} dz =$$

$$-\frac{2}{\alpha}(2\alpha - \alpha^2 z^2)^{1/2} \Big|_0^{R\sqrt{2}/2} = -R^2 \left[\underbrace{\left(\frac{2}{R^2}\right)^{1/2} - \left(\frac{4}{R^2}\right)^{1/2}}_{\frac{\sqrt{2}-2}{R}} \right] = (2 - \sqrt{2})R$$

$$\int_0^R S(z) dz = \frac{R^3}{2}(2 - \sqrt{2}) + \frac{2 - \sqrt{2}}{2} R^3 = (2 - \sqrt{2})R^3$$

Il reste à multiplier par 8 : $8(2 - \sqrt{2})R^3 \approx 4,686R^3$

Remarque :

Le rapport entre l'intersection de 3 cylindres et celle de 2 cylindres est de $\frac{3(2 - \sqrt{2})}{2} \approx 0,88\%$. Le volume n'est donc ponctionné que d'environ 12% par le 3^{ème} cylindre.

Wasserballon und Schlauchmilch

Martin Lieberherr

MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Neulich hat mich mein Kleinstes durch Geschrei dazu gebracht, ihm Milch aus dem Kühlschrank zu geben. Abgelenkt durch sein Gebrüll ist mir die Milch im Beutel aus der Hand gerutscht und auf den harten Küchenboden geklatscht. Ich konnte mich trotz des Gekrähs noch wundern, dass der Beutel nicht geplatzt ist. Dieser Vorfall hat mich an einen Streich aus der Kindheit erinnert: Ich hatte Wasser in Ballone gefüllt und damit die Katze aus dem dritten Stock unseres Hauses bombardiert. Zum Glück traf ich die Katze nicht. Erst als ich den Ballon platzen gesehen hatte, ist mir aufgegangen, was ich da hätte anrichten können. Die Katze faucht mich wahrscheinlich immer noch aus dem Katzenhimmel an.

Und nach dem "Klatsch" der Schlauchmilch wollte ich natürlich wissen, welchen Druck so ein Milchbeutel während des Aufpralls aushalten muss.

Theorie

Eine untere Grenze für den Druck im Beutel stellt sicher der Staudruck dar. Wird eine Strömung abgebremst, so steigt der Druck um den Staudruck an. Den Staudruck kann man aus dem Strömungsgesetz von Bernoulli oder dem Torricelli'schen Ausflussgesetz ablesen.

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \rho (\sqrt{2gh})^2 = \rho gh \approx 0.1 \text{ bar}$$

In einem Beutel ist die Bewegung der Milch eingeschränkt, in einer Dose wäre sie fast ganz unterbunden. Eine Dose verhält sich entsprechend (fast) wie ein starrer Körper, wo wegen der kurzen Abbremszeiten kurzzeitig riesige Kräfte und Drücke auftreten. Ich erwartete einen etwas höheren Druck als 0.1 bar, aber wie viel höher?

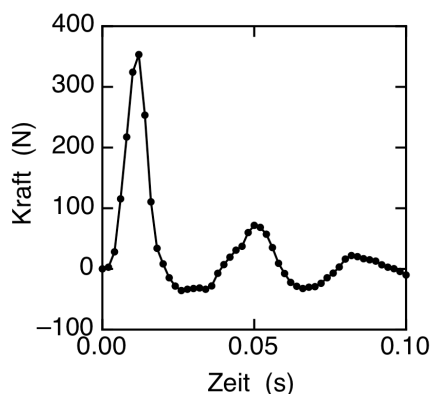
Experiment

Ich füllte einen Gummiballon mit Wasser und liess ihn auf eine Kraftmessplatte (Vernier) fallen. Auf die Kraftmessplatte hatte ich eine grosse Glasschale gestellt, um das Wasser aufzufangen, falls der Ballon geplatzt wäre. Das mit LoggerPro (Vernier) aufgezeichnete Signal ist in Abb. 1 dargestellt.

Wie man sieht, treten beim Fall aus einem Meter Höhe Kräfte auf, die fast dem hundertfachen Gewicht des Wasserballons entsprechen. Der Wasserballon hatte einen Durchmesser von ca. 0.1 m und belastete während des Aufpralls die Kraftmessplatte auf einer rundlichen Fläche von 0.1 bis 0.15 m Durchmesser. Daraus kann man einen Druck zwischen 0.2 und 0.5 bar abschätzen. Aber ich wollte es noch etwas genauer wissen. Dazu musste ich eine kleine Fläche definieren, auf der die Kraft gemessen wird. Ich nahm einen Aluminiumzylinder und stellte ihn durch ein

Loch in einem Holzbrett auf die Kraftmessplatte. Das Holzbrett, das ungefähr bündig mit dem Deckel des Zylinders war, wurde neben der Kraftmessplatte mit Holzklötzen abgestützt (Abb. 2).

Abb. 1: Kraft auf die Kraftmessplatte als Funktion der Zeit während des Aufpralls eines Wasserballons (0.48 kg) nach freiem Fall aus 1.0 m Höhe. Der eigentliche Aufprall (erste Spitze) dauert 0.020 s. Die Fläche unter der ersten Spitze beträgt 2.89 Ns. Die Fläche unter der Kurve von 0.000 s bis 0.040 s (zweiter Nulldurchgang) beträgt 2.4 Ns.

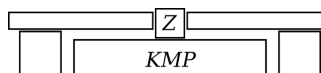


Die Messung mit der Apparatur von Abb. 2 ergab Kraftspitzen von 60 N, wenn der Wasserballon (0.48 kg) aus 1.0 m Höhe drauf fiel. Dies ergibt einen Druck von

$$p = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 60 \text{ N}}{\pi \cdot (0.039 \text{ m})^2} = 0.50 \text{ bar}$$

Der Milchbeutel ist weniger elastisch als ein Gummiballon. Die Drücke sind also noch etwas höher. Lebensmittel soll man ja nicht verschwenden, deshalb habe ich ein analoges Experiment bleiben lassen.

Abb. 2: Um den Druck zu bestimmen, stellte ich einen Zylinder Z mit Durchmesser 39 mm auf die Kraftmessplatte KMP. Der Zylinder stand in einer Bohrung in einem starken Sperrholzbrett, das seitlich abgestützt war.



Da ich schon mal die Daten zu Abbildung 1 hatte, liess ich vom Datenanalyse- und Darstellungsprogramm (pro Fit von QuantumSoft, quansoft.com) die Fläche unter der $F(t)$ -Kurve berechnen. Unter der ersten Spitze beträgt sie 2.89 Ns. Der Impuls des Ballons vor dem Aufprall ist

$$mv = m\sqrt{2gh} = 0.48 \text{ kg} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 1.0 \text{ m}} = 2.1 \text{ Ns}$$

Bei einem vollkommen unelastischen Stoss müsste die Impulsänderung (Kraftstoss) 2.1 Ns betragen, bei einem vollkommen elastischen Stoss das Doppelte. Der Messwert liegt dazwischen, näher beim unelastischen Fall. Das passt auch zur Beobachtung: Der Wasserballon springt fast nicht mehr hoch.

Webbasierte Astro-Simulationen der Uni ZH

Die Universität Zürich stellt zwei webbrower-basierte, interaktive Flash-Video Anwendungen zur Verfügung: "Astrojahr" und "Astromonat"

Ohne anschauliches Demonstrationsmaterial ist nur schwer zu vermitteln, wie Mondphasen entstehen, wann welche zu sehen sind und wie sie mit den Umlaufbahnen von Erde und Mond um die Sonne zusammenhängen. Aus diesem Grund haben wir eine Flash-Video Anwendung entwickelt, die es erlaubt, mit interaktiven Wechseln aus drei Perspektiven die Bewegungen der Himmelskörper Mond, Erde und Sonne zu betrachten. Zudem zeigt eine weitere Flash-Video Anwendung wie der Mond und die Sonne im Laufe eines Monats von der Erde aus am Himmel zu sehen sind. Mit unseren Videos holen wir die Schülerinnen und Schüler bei ihren alltäglichen Sinneseindrücken ab und müssen nicht mit einer Abstraktion ins Thema Astronomie einsteigen. In Erinnerung an 400 Jahre Astronomie (Leistungen von G. Galilei und J. Kepler) präsentieren wir zudem eine Lernaufgabe, die es erlaubt, das erlernte Wissen über die Mondphasen mit G. Galilei's Beobachtungen der Venusphasen zu kombinieren. Diese Lernaufgabe gestattet den Schülern die Schlussfolgerung, dass das geozentrische Weltbild von Ptolemäus falsch sein muss - genau wie es vor rund 400 Jahren G. Galilei selbst überlegt haben musste. Für den Beweis, dass die Erde selbst sich wirklich bewegt, musste man allerdings noch bis zu Foucault's berühmtem Pendelversuch warten.

Die Flash-Videos verlangen einen eher modernen Computer mit grossem Videospeicher, damit sie ohne "Ruckeln" ablaufen. Es ist auch möglich, sie online über den Server der Uni Zürich laufen zu lassen. Anregungen, Kritik und weitere Vorschläge nehmen wir gerne entgegen (conradin.beeli@lgr.ch).

Conradin Beeli, Physiklehrer am Literargymnasium Rämibühl, Zürich
Philippe Jetzer, Professor für Theoretische Physik an der Universität Zürich
Michael Ruppen, Multimedia & E-Learning Services der Universität Zürich

Weblink: <http://www.mnf.uzh.ch/schulangebote/astro-simulation.html>

(auch zugänglich via www.dpk.ch/Material.htm).

IYPT vom 9. bis 16. Juli 2010 in Wien

Das IYPT, International Young Physicists Tournament, ist ein internationaler Physik-Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II. Er findet jeweils im Sommer statt und bietet Jugendlichen eine ausgezeichnete Möglichkeit, mit Gleichaltrigen, aber auch erfahrenen Physikerinnen und Physikern aus verschiedenen Kulturkreisen, in einen Dialog über physikalische Fragestellungen zu treten. Jeweils im Herbst werden die 17 Problemstellungen veröffentlicht. Diese sind anregend und spannend, weil die Antworten nicht einfach auf der Hand liegen und viele mögliche Ansätze offen lassen. Trotzdem lassen sich Lösungen auf Mittelschulniveau finden, die eine Bereicherung für alle Beteiligten darstellen.

Am Wettbewerb müssen die Ergebnisse in verschiedenen Rollen vorgestellt und verteidigt werden. Dazu werden Gruppen von drei Teams aus verschiedenen Ländern gebildet, die jeweils drei Runden austragen, in denen jeweils eine der folgenden Funktionen eingenommen werden muss: Vorstellen der eigenen Lösung eines Problems als Reporter, Diskussion und Aufzeigen von Schwachstellen als Opponent sowie kritischer Würdigung der Auftritte von Reporter und Opponent als Reviewer.

Die verschiedenen Rollen helfen den angehenden Naturwissenschaftlerinnen und Naturwissenschaftlern, sich auf die Berufswelt vorzubereiten, denn es reicht nicht, nur eine Lösung zu erarbeiten. Die Auseinandersetzung mit den Ansichten der anderen Teams bietet eine fruchtbare Plattform zur Reflexion eigener Denkansätze.

Eine Jury aus rund 7 Mitgliedern bewertet die drei Rollen. Ich durfte das Schweizer-Team als unabhängiger Juror an das diesjährige Turnier nach Wien begleiten. Der Einsatz der Jugendlichen für physikalische Fragestellungen hat mich tief beeindruckt. Meine Begleiter, Samuel Byland und Daniel Keller (beide MNG) haben mit viel Einsatz die Teilnehmer im Suchen nach Lösungen, die von einer vertieften Auseinandersetzung mit der Physik zeugen, unterstützt. Trotz der ansprechenden Lösungen wurde das Team im hinteren Bereich platziert, denn die Präsentationstechniken waren noch zuwenig ausgefeilt. Ganz vorne war das Schweizerteam bei der Beliebtheit, da sich der Teamgeist, Einsatz, Hilfsbereitschaft und die Offenheit für Neues als klare Stärken erwiesen. Das IYPT 2010 war deshalb eine gute Erfahrung, die Teilnahme hat sich für alle gelohnt.

Alle wichtigen Informationen zum Turnier und seinem nationalen Pendant, dem SYPT, anlässlich dessen die Mitglieder des Schweizer Teams bestimmt werden, finden sich auf dem Web unter <http://www.iypt.org> und <http://www.sypt.ch>.

Es wäre schön, wenn sich weitere interessierte Lehrpersonen finden lassen, die Schülerinnen und Schüler für die Teilnahme motivieren und bei der Vorbereitung unterstützen können.

Daniel Wirz, Gymnasium Oberwil, BL



Deutschscheizerische
Physikkommission des
VSMP



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

11. Schweizerischer Tag für Physik und Unterricht

Freitag 14. Januar 2011, 9:45 - 15:30 an der ETH Zürich (im ETH Zentrum)

***Themen: Unterrichtsprojekte am MINT Lernzentrum der
ETH, Experimente im Physikunterricht und die Schnittstelle
zwischen Gymnasium und Hochschule.***

- 08:45 – 09:30 Kaffee im ETH Zentrum
- 09:45 – 10:00 Begrüssung
- 10:00 – 11:00 Vortrag von Dr. Ralph Schumacher, *Unterrichtsprojekte am MINT Lernzentrum der ETH*
- 11:00 – 12:00 Präsentation von neu aufgebauten bzw. überarbeiteten Experimenten für den Physikunterricht
(durch die Teilnehmer, siehe Anmeldung)
- 12:00 - 13:30 Mittagessen
- 13:30 - 14:30 Diskussionsrunde: Die effiziente Einbettung von Experimenten in den Unterricht und die
Entwicklung von kognitiv aktivierenden Fragestellungen in Bezug auf Experimente im
Physikunterricht.
- 14:30 - 15:15 Bericht aus HSGYM und von der Konferenz zum *Übergang Gymnasium Universität* (Ascona,
24.10.10 – 27.10.10, siehe auch: www.math.ch/csf/)
- 15:30 Abschluss

Mailen, faxen oder schicken Sie die Anmeldung bitte spätestens bis zum 17. Dezember 2010 an:

(frühzeitige, ev. auch provisorische Anmeldung ist erwünscht)

Frau Brigitte Abt, ETH Hönggerberg HPF G3.2 , 8093 Zürich.

FAX 044 633 1623

Email: brigitte.abt@phys.ethz.ch

Kosten: individuelles Mittagessen

**Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die ein neues Experiment präsentieren, werden zum Mittagessen
eingeladen.**

Anmeldung zum 11. Schweizerischen Tag für Physik und Unterricht

Name und Vorname:

Tel.:

Schule:

Adresse:

Email:

Ich möchte ein Experiment präsentieren (Ja / Nein):

Für die Präsentation meines Experimentes benötige ich ca. Minuten und die folgenden Medien:
(Stromversorgung, Verdunkelung, Projektion, Druckluft, Kühlwasser, fl. Stickstoff?)



Bericht zur Maturaarbeit

Simulated Annealing - Schwierige Probleme einfach gelöst

H.R. Schneider, Kantonsschule am Burggraben, St. Gallen

Ausgangslage

S, eine mathematisch interessierte und begabte Schülerin, besuchte in der dritten Klasse die von der ETH speziell für Frauen angebotene Studienwoche Informatik. Dort konnte S ihre Kenntnisse in Algorithmik und Programmieren weiter ausbauen und vertiefen. Die Freude am Lösen algorithmischer Probleme und das dazugehörige Selbstvertrauen bestimmten dann zusammen mit ihrer Vorliebe für Knobelspiele das Thema der Maturaarbeit.

Problembeschreibung

Der übliche Lösungsweg eines vorgegebenen Optimierungsproblems besteht darin, einen deterministischen Algorithmus zu entwerfen, dessen Korrektheit unter gewissen Vorbedingungen zu prüfen, ihn dann in einer Programmiersprache zu implementieren und durch Testen die durch Unachtsamkeit eingebauten Laufzeit- und (weit schlimmer) logischen Fehler auszumerzen. Für jedes „schwierige“ Problem muss so individuell eine Lösungsmöglichkeit entwickelt und diese in ein Programm umgesetzt werden. Man benutzt dazu verschiedene Programmierstrategien: Backtracking, dynamisches Programmieren, „Teile und Herrsche“-Strategie, Greedy-Methode etc. Die exakte Lösung eines Problems hat dementsprechend einen hohen Preis: Lange Entwicklungszeit und bei wirklich schwierigen Problemen zu lange Laufzeit.

Anders sieht es aus, wenn man den Zufall zu Hilfe nimmt. Gilt es im berüchtigten Heuhaufen die goldene Stecknadel zu finden, so nimmt man sich vor, z.B. eine Stunde lang oder bis zum Auffinden der Nadel, zufällig eine potenzielle Lösung herauszugreifen. Ist der Zugriff optimal, d.h. der Halm ist die goldene Nadel, so bricht man die Suche glücklich ab.

Dieses Verfahren hat den Nachteil, dass nicht immer (!) die Lösung gefunden wird. Der Vorteil des Verfahrens ist seine Universalität. An Stelle der Stecknadel im Heuhaufen kann auf prinzipiell dieselbe Weise eine Landkarte mit vier Farben gefärbt werden: Eine Färbung ist optimal, wenn keine zwei Länder mit gemeinsamer Grenze die gleiche Farbe besitzen.

Dieses grobe Verfahren lässt sich durch raffinierte Steuerung des Zufalls um Grössenordnungen verbessern. Simulated Annealing (simulierte Abkühlung) orientiert sich an einem physikalischen Phänomen: Lässt man ein stark erhitztes Metall langsam abkühlen, so geht der Zustand von hoher Energie und chaotischer, praktisch bindingsloser Teilchenstruktur in einen Zustand minimaler Energie über. Die Änderung der Lage jedes einzelnen Teilchens wäre nur mit etwas Energiezufuhr möglich. Der Endzustand ist also bezüglich der Gesamtenergie (zumindest lokal) optimal. Wendet man dieses Phänomen auf ein Optimierungsproblem an, tritt an die Stelle des momentanen Zustands des Metalls eine Anordnung der Probleminstanz. Weiter benötigt man eine Funktion, welche aus einer Anordnung A ihre Energie $E(A)$ berechnet. An Stelle der Zustandsänderung eines Metallteilchens tritt eine Tauschfunktion, welche aus der aktuellen Anordnung zufällig eine leicht veränderte Anordnung ermittelt. Die Gesamtheit dieser Funktionswerte, sozusagen die

Nachbarschaft einer Anordnung, entspricht dann den möglichen Zustandsänderungen aller Metallteilchen im beobachteten Zeitpunkt.

```

Universeller Algorithmus für Simulated Annealing

Aneu, Aalt: Variablen für Anordnungen der betrachteten Probleminstanz
T, Tstart, Tend : Variablen für die aktuelle, Start- und Endtemperatur
k                : Änderungsfaktor zur Modellierung exponentieller
                  Temperaturabnahme,  $0 < k < 1$ 
E: A -> E(A)    : Energiefunktion, ist E(A) minimal, so ist A optimal
                  d.h. eine Lösung ist gefunden
C: A -> C(A)    : Tauschfunktion, berechnet aus der Anordnung A eine
                  zufällige Anordnung in der "Nachbarschaft" von A
na              : na etwas grösser als die Anzahl Elemente des
                  Wertebereichs von C(A) für festes A.
rand: (a,b) -> rand(a,b): generiert eine gleichverteilte Zufallszahl
                  im Intervall [0,1]

BeginSimulatedAnnealing
T:=Tstart;
Generiere eine zufällige Anordnung in Aalt;
While T>Tend Do
  For i:=1 To na Do
    Aneu:=C(Aalt);
    If (E(Aneu)<=E(Aalt)) or {
      (exp(-1/T)> rand(0,1)) Then
      Aalt:=Aneu;
    EndIf
  EndFor
  T:=T*k;
EndWhile
EndSimulatedAnnealing

```

Soll nun ein konkretes Problem mit Simulated Annealing gelöst werden, so muss zuerst die Datenstruktur für eine Anordnung definiert werden (Im einfachen Fall ein Vektor oder eine Matrix). Weiter ist die Tauschfunktion zu entwerfen und gleichzeitig *na*, eine Schätzung der Anzahl „Nachbarn“ einer Anordnung zu bestimmen. Kreativität erfordert die Festlegung der Energiefunktion: Diese soll möglichst wenig lokale Minima mit möglichst sanft ansteigenden Flanken haben. Schliesslich müssen die Parameter Tstart, Tend und der Verminderungsfaktor *k* durch Experimentieren bestimmt werden.

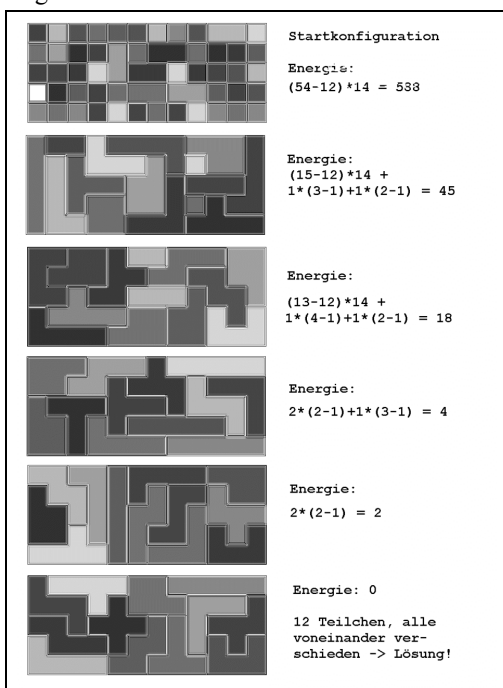
Ergebnisse und Erfahrungen

S hat in ihrer Maturaarbeit einerseits eine grosse Zahl von verschiedenartigen Problemen mit Hilfe von Simulated Annealing gelöst: Das verflixte Hexenpuzzle, Magisches Quadrat, N-Damenproblem, Lapland, Pentominopuzzle, Isomorphietest für Graphen und das Traveling Salesman Problem.

Andererseits hat sie in JAVA ein Rahmenprogramm entworfen bei dem, OOP sei Dank, nur die für ein konkretes Problem relevanten Klassen mit ihren Methoden zu programmieren sind. Ich möchte am Beispiel des Pentominopuzzles die Vorgehensweise von S kurz schildern: Das Problem besteht darin, die 12 Pentominosteine lückenlos zu einem 5x12-Rechteck zusammensetzen. S modellierte zuerst die naheliegende „Schüttel- und Rüttelmethode“: Die 12 Teilchen befinden sich anfangs in der Gitterstruktur ausgerichtet im 5x12 Rechteck.

Dabei gibt es Einheitsquadrate die mehrfach oder gar nicht überdeckt sind. Die Tauschroutine wählt zufällig ein Teilchen, dreht oder spiegelt es zufällig und setzt es an einen zufälligen Ort. Die Energiefunktion kann aus der Anzahl nicht bedeckter oder der Anzahl mehrfach bedeckter Quadratfelder ermittelt werden. Die zweite Möglichkeit bietet eine quantitativ differenziertere Bewertung der neuen Anordnung. In beiden Fällen bedeutet $E(A)=0$, dass die Anordnung A optimal ist. S hat trotz diversen Änderungen an Tausch- und Energiefunktion und intensivem Experimentieren und Testen feststellen müssen, dass mit dieser „Schüttel- und Rüttelmethode“ nur in ganz seltenen Fällen eine Lösung generiert wird. Die schlechte Konvergenz dieses Verfahrens hat sie zudem „qualitativ“ begründet.

S gab sich nicht zufrieden. Statt die zwölf Puzzleteile durch Änderungen in Ort und Lage in



eine optimale Anordnung zu transformieren, werden die Pentominosteine in 12 mal 5 Quadrate gleicher Farbe aufgelöst. Man startet mit einer beliebigen Anordnung der 60 Quadrate auf dem 12x5 Rechteck. Die Tauschmethode besteht allein darin, zwei zufällig ausgewählte Quadrate zu vertauschen. Die Energie einer Anordnung berechnet sich aus der Anzahl verschiedenfarbiger Gebiete und der Anzahl der Gebiete mit Fläche 5, welche einen bereits vorkommenden Pentominostein bilden. So berechnet sich die Energie der dritten Anordnung in nebenstehender Abbildung folgendermassen:

13 Gebiete	->+(13-12)*14
1 Pentomino 4-fach	-> +1*(4-1)
1 Pentomino 2-fach	-> +1*(2-1)
Energie	18

Diese zweite Methode findet zuverlässig Lösungen für das 6x10-, 5x12-, 4x15- und das 3x20-Puzzle.

Bemerkungen

Die Maturaarbeit von S zeigt den praktischen Einsatz von Simulated Annealing an einer grossen Zahl verschiedenartiger Probleme auf. Die Qualität der Arbeit liegt deshalb in der Vielfalt und Breite der Behandlung des Themas. Dies liegt einerseits an der Faszination von S für die gefundene universelle Problemlösungsmethode, andererseits an den weit von der Mittelschulmathematik liegenden Werkzeugen, welche für eine quantitative Beurteilung dieser probabilistischen Verfahren nötig wären. Trotzdem hat S durch ihre Arbeit einige zum Teil neue Gebiete der Mathematik, wie Stochastik, Kombinatorik und Graphentheorie durch eigenständiges Erarbeiten kennen und anwenden gelernt. Die Hauptleistung der Arbeit liegt wohl in der Entwicklung von effizienten Algorithmen für überschaubare Teilprobleme (Beispiel: Wie bestimmt man die Anzahl Gebiete gleicher Farbe, in die eine Anordnung der

12x5 gleichfarbigen Quadrate zerfällt?). Das JAVA-Rahmenprogramm, der programmiertechnische Teil der Arbeit, sind im Teamwork mit dem Betreuer entstanden. Dadurch wurde S einerseits etwas entlastet, andererseits konnte S ihre Fähigkeit, neue Techniken und Ideen schnell zu verstehen und umzusetzen, unter Beweis stellen.

Fazit: Das Thema eignet sich für unterschiedliche Schülerprofile, wobei für alle Freude am zielgerichteten Programmieren und Interesse an theoretischen Aspekten der Informatik Voraussetzung ist:

- Ein konkretes Optimierungsproblem aus der Wirtschaft modellieren und mit Simulated Annealing lösen.
- Vergleich des probabilistischen mit dem exakten Algorithmus desselben Problems. Aufwandanalyse durch Zählen der Berechnungsschritte bei konkreten Programmläufen mit statistischer Auswertung.
- Simulation eines auf dem Extremalprinzip beruhenden physikalischen oder biologischen Phänomens (siehe auch Maturaarbeitsbericht im Bulletin Nr. 114).

Hinweise, Literatur:

- Informationen zum eingangs erwähnten Schnupperstudium: <http://www.frauen.inf.ethz.ch/>
- Applets zur Maturaarbeit von S: <http://www.ateus.ch/fgmath/ProbAlg/ProbAlg.htm/>
- Zeitschrift „Die Wurzel“ Doppelheft 3+4/98, Seiten 57-65: „Stundenplan leichtgemacht“
- Berthold Vöcking et alres, Taschenbuch der Algorithmen, Springer, Seiten 423-431 ISBN978-3-540-76393-2
- Juraj Hromkovic, Theoretische Informatik, Teubner, Seiten 268-273 ISBN 3-519-10332-X
- Juraj Hromkovic, Algorithmics for Hard Problems, Springer, Seiten 433-444 ISBN 3-540-44134-4

Bildverzerrung durch Signalretardation

Bericht über eine Maturarbeit

Dr. Herbert Hunziker
Abteilung Mathematik
Alte Kantonsschule Aarau
Bahnhofstrasse 91
5000 Aarau

Die Arbeit über Signalretardation von Muriel Lüscher, betreut von ihrem Mathematiklehrer, ist ein Beispiel für die Anwendung mathematischer Methoden in einer Modellbildung, die von der Physik motiviert ist. Das Schwerpunktfach PAM sollte diese Möglichkeit erleichtern. Ich nutze diesen Anlass für einen Hinweis auf die Weiterbildungsveranstaltung

Horizonte im Mathematikunterricht erweitern zusammenarbeiten mit Biologie, Chemie, Informatik oder Physik

Sie wird am 30. März 2011 am PSI stattfinden. Die Organisatoren sind Meike Akveld, MNG Zürich, Fritz Gassmann, PSI, Norbert Hungerbühler, ETHZ, Hansruedi Schneebeli, KS Baden.

Interdisziplinäre Zusammenarbeit auch – oder gerade – bei Maturarbeiten wird ein Schwerpunkt im Kurs sein. Wir wenden uns explizit an Unterrichtende aller angesprochenen Fachschaften. Bitte weisen Sie Kolleginnen und Kollegen auf diesen Anlass hin oder laden Sie sie gleich zum gemeinsamen Besuch ein! Aktuelle Informationen zur Weiterbildungsveranstaltung gibt es bei www.math.ch/mathematics-at-school, wo man sich auch anmelden kann. Anmeldungen für die Weiterbildungsveranstaltungen sind auch bei der wbz cps (www.wbz-cps.ch) ab sofort möglich.

H.R. Schneebeli



Abbildung 1: Muriel Lüscher

Die Idee

Im Jubeljahr 2005 besuchten wir mit unserer ganzen Schule die Ausstellung *Albert Einstein (1879 - 1955)* im Berner Historischen Museum. Dort durften die Schüler mit dem Fahrrad ungestraft, beinahe mit Lichtgeschwindigkeit, durch die Berner Altstadt kurven. Die dabei auftretenden Bildverzerrungen vermochten ungemein zu faszinieren und lösten nachhaltiges Staunen aus. Das Simulationsprogramm, das von einer Arbeitsgruppe um Prof. Dr. Hanns Ruder, Universität Tübingen, entwickelt worden war, berücksichtigte nebst relativistischen Effekten die Endlichkeit der Lichtlaufzeit. Siehe dazu [1], S. 14 - 23. Damals kam mir die Frage, ob die Signallaufzeiten im Alltag, bei nichtrelativistischen Geschwindigkeiten, eine Rolle spielen könnten, beispielsweise dann, wenn die Signale nicht durch Licht, sondern durch den viel langsameren Schall vermittelt werden. Eine Idee für eine Maturarbeit! Der Titel war schnell gefunden *Bildverzerrung durch Signalretardation* und die aufgeweckte Maturandin Muriel Lüscher, Bild 1, zögerte nicht und nahm die Arbeit auf.

Das Modell

Vorerst geht es darum, einen Mechanismus zur Wahrnehmung bewegter Objekte zu entwerfen und in der Sprache der Mathematik festzuhalten. Wahrnehmbar sollen bewegte Partikel, im Folgenden *Objekte* genannt, sein. Die Bauweise des Rezeptors orientiert sich am menschlichen Auge und ist vereinfachend als Lochkamera ausgebildet. Die Vermittlung zwischen Objekt

und Rezeptor ist durch Signalteilchen (Photonen, Schallwellen usw.) modelliert, die von den Objekten permanent, mit konstanter Geschwindigkeit c bezogen auf den Rezeptor, in alle Richtungen ausgesendet werden. Siehe Abbildungen 2 und 3. In jedem Zeitpunkt T treten Signalteilchen in die Pupille der Lochkamera ein und erzeugen auf der Netzhaut ein Abbild - *Realbild* genannt - des Objektes. Das Realbild wird verglichen mit jenem Bild - *Idealbild* - das entstünde, wenn sich die Signalteilchen mit unendlich grosser Geschwindigkeit ausbreiteten. Für einige einfache Modellsituationen wurden die zugehörigen Abbildungsgleichungen bestimmt.

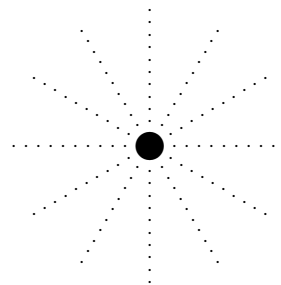


Abbildung 2: Objekt und Signalteilchen

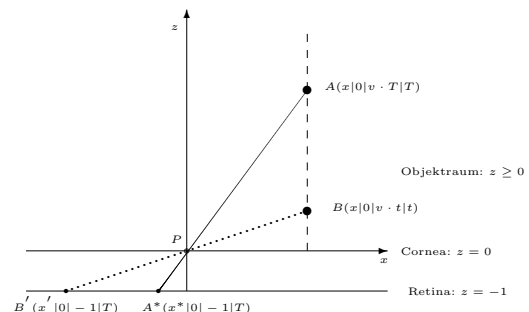


Abbildung 3: Rezeptor und Objektraum

Die Rechnung

Ein Objekt A bewegt sich mit Geschwindigkeit v in z -Richtung. Seine Position im Zeitpunkt T ist gegeben durch $A(x|0|v \cdot T|T)$. Es geht nun darum, die Emissionszeit t und die Position B des Objektes derart zu bestimmen, dass die von ihm ausgesendeten Signalteilchen zum Zeitpunkt T in die Pupille $P(0|0|0|T)$ einfallen. Aus der Bedingung

$$T - t = \sqrt{\frac{x^2}{c^2} + \beta^2 t^2}, \quad \beta := \frac{v}{c}$$

erhält man die quadratische Gleichung

$$(1 - \beta^2)t^2 - 2T \cdot t + T^2 - \frac{x^2}{c^2} = 0$$

mit den Lösungen

$$t_{1,2} = \frac{T \pm \sqrt{(1 - \beta^2)\frac{x^2}{c^2} + \beta^2 T^2}}{1 - \beta^2}.$$

Aus $x^* = -\frac{x}{v \cdot T}$ und $x' = -\frac{x}{v \cdot t}$ folgt

$$\begin{aligned} \frac{x'}{x^*} &= \frac{T}{t} \\ &= \frac{T(1 - \beta^2)}{T - \sqrt{(1 - \beta^2)\frac{x^2}{c^2} + \beta^2 T^2}} \\ &= \frac{1 - \beta^2}{1 - \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2 x^{*2} + \beta^2}} \end{aligned}$$

und daraus

$$x' = \frac{(1 - \beta^2)x^*}{1 - \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2 x^{*2} + \beta^2}}.$$

Wählt man nebst $x \neq 0$ auch $y \neq 0$, so erhält man die allgemeinen Abbildungsgleichungen vom Idealbild A^* zum Realbild B'

$$x' = \frac{(1 - \beta^2) \cdot x^*}{1 - \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2(x^{*2} + y^{*2}) + \beta^2}}, \quad (1)$$

$$y' = \frac{(1 - \beta^2) \cdot y^*}{1 - \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2(x^{*2} + y^{*2}) + \beta^2}}. \quad (2)$$

Wendet man diese Abbildung beispielsweise auf ein Gittermuster an, so erkennt man die Verwandtschaft mit den Verzerrungen, die man auf der Velofahrt durch die Berner Altstadt wahrgenommen hat, siehe Bild 4. Es stellt sich hier in natürlicherweise die Frage, von welcher Art die verzerrten Kurven sind. Wir fixieren

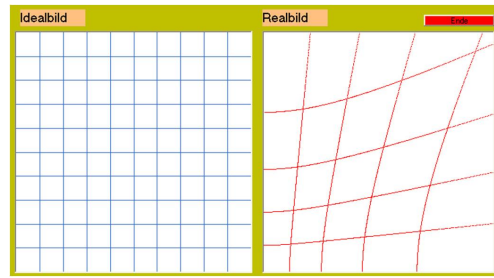


Abbildung 4: Ideal- und Realbild eines Gitters

$y^* = 1$ und erhalten durch die Division (1) : (2) der beiden Abbildungsgleichungen

$$(3) : x^* = \frac{x'}{y'}.$$

Setzt man (3) in (2) ein, erhalten wir

$$y' = \frac{1 - \beta^2}{1 - \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2 \left(\frac{x'^2}{y'^2} + 1\right) + \beta^2}}.$$

Der Einfachheit halber schreiben wir anstelle von x' nur noch x und anstelle von y' setzen wir y , teilen die Gleichung durch y und erhalten

$$1 = \frac{1 - \beta^2}{y - \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2 x^2 + (2 - \beta^2)\beta^2 y^2}}$$

und weiter

$$y - (1 - \beta^2) = \sqrt{(1 - \beta^2)\beta^2 x^2 + (2 - \beta^2)\beta^2 y^2}.$$

Quadrieren und Ordnen liefert

$$(1 - \beta^2)y^2 - 2y - \beta^2 x^2 = -(1 - \beta^2)$$

und durch quadratisches Ergänzen erhalten wir die Hyperbelgleichung

$$\left(y - \frac{1}{1 - \beta^2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \cdot x^2 = \frac{\beta^2(2 - \beta^2)}{(1 - \beta^2)^2}.$$

Ein Ausblick

Natürgemäss konnte die Thematik der Bildverzerrung durch Signalretardation im Rahmen einer Maturitätsarbeit bei weitem nicht erschöpfend behandelt werden. Immerhin wurde durch die ausdauernde Beschäftigung mit endlichen Signallaufzeiten ein erstes Verstehen für die Verzerrungen von Bern ermöglicht. Aus

meiner Sicht ist das behandelte Thema sowohl konzeptionell als auch technisch anforderungsreich. Die erforderliche Betreuungsarbeit war entsprechend intensiv, sie war aber auch mit Freude und Befriedigung verbunden. Besonders deshalb, weil man beim Betreuen von Maturarbeiten immer wieder auf junge Menschen trifft, die sich für anspruchsvolle Fragestellungen begeistern lassen, die bereit sind, sich vorbehaltlos einzubringen und die sich von Schwierigkeiten nicht entmutigen lassen.

Literatur

- [1] Deutsches Museum (Hrsg.), *Einsteins Relativitätstheorien*, Deutsches Museum München, 2005

Bericht zu drei Maturaarbeiten

Alfred Vogelsanger, Kantonsschule am Burggraben St.Gallen

10. Mai 2010

1 Vorbereitung auf die Schweizer Mathematikolympiade

An der Kantonsschule am Burggraben gilt die Vorbereitung auf die Schweizer Mathematikolympiade als Maturaarbeit.

Bis zum ersten Vorbereitungstreffen Mitte November machte sich der Schüler anhand von Aufgaben bekannt mit zwei übergeordneten Startegien: dem Schubfachprinzip von Dirichlet und Symmetriebetrachtungen. In einem zweiten Schritt wurden Aufgaben zur Zahlentheorie und zur Kombinatorik gelöst.

Ab dem ersten Vorbereitungstreffen bearbeitete der Schüler Probleme aus den entsprechenden Aufgabenserien sowie zwei Monatsaufgaben.

Die erste Selektionsprüfung anfangs Januar bildete den Abschluss der Maturaarbeit.

Schweizerische Mathematikolympiade

<http://www.imosuisse.ch>

Literaturhinweise

- Arthur Engel: Problem-Solving Strategies. Springer 1998; ISBN 0-387-98219-1
- Paul Zeitz: The Art and Craft of Problem Solving. John Wiley & Sons, 2nd edition, 2007; ISBN 978-0-471-78901-7

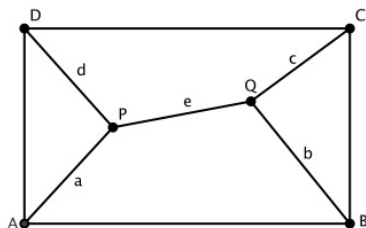
2 Optimieren mit dem Zufall

Unter <http://mathworld.wolfram.com/MonteCarloMethod.html> findet sich folgende Beschreibung der Monte-Carlo-Methode (MCM):

”Any method which solves a problem by generating suitable random numbers and observing that fraction of the numbers obeying some property or properties. The method is useful for obtaining numerical solutions to problems which are too complicated to solve analytically.”

Die Bestimmung einer Näherung für die Kreiszahl π diente dazu, mit der Methode vertraut zu werden.

Um das Vertrauen in die Methode zu stärken, löste der Schüler folgende Aufgabe sowohl mittels MCM als auch mit den Mitteln der Analysis:



Bestimme in einem Rechteck $ABCD$ zwei Punkte P und Q so, dass die Summe $a + b + c + d + e$ minimal wird.

In einem dritten Schritt löste der Schüler mittels MCM zwei klassische Probleme aus der Physik näherungsweise:

Brachistochrone: Ein Punkt A soll mit einem in derselben Vertikalebene befindlichen Punkt B derart durch eine Kurve verbunden werden, dass ein längs dieser Kurve herabgleitendes Kügelchen in möglichst kurzer Zeit von A nach B gelangt.

Kettenlinie: Bestimme die Form, welche eine Kette der Länge ℓ zwischen zwei Aufhängepunkten annimmt.

3 Der Mond und seine Bahn: Beobachtet und berechnet

In einer ersten Phase bastelte der Schüler eine Vorrichtung die es ihm erlaubte, die Position der Mondes zu vermessen und zu fotografieren. Die Ergebnisse wurden anschliessend mit den Daten des Astronomischen Instituts der Universität Bern verglichen.

In einer zweiten Phase benutzte der Schüler ein Zweikörpermodell, um die Mondposition zu berechnen.

Die Abweichungen für den berechneten zum beobachteten Azimut nahmen für die untersuchten Tage jeweils mit zunehmender Beobachtungszeit zu von 1° auf maximal 9° zu. Jene für die Höhe dagegen nahmen jeweils ab von maximal 10° auf 3° .

Astronomisches Institut der Universität Bern

<http://www.aiub.unibe.ch>

Literaturhinweise

- Hans Roth: Sternschnuppenn. Orell Füssli 1996; ISBN 3 280 02700
- Peter Duffett-Smith: Practical Astronomy with your calculator. Cambridge University Press 1988; ISBN 13 978-0521-35699-2
- Alfred Roulier: Wann und wo geht die Sonne auf. TI-Nachrichten Ausgabe 2/09; ti-nachrichten@ti.com

Für weitere Auskünfte und Informationen stehe ich gerne zur Verfügung.

a.vogels1@bluewin.ch

Medienpaket der DMK liegt für den Ausleih bereit

Medienpaket der DMK liegt für den Ausleih bereit

Medienpaket der DMK liegt für den Ausleih bereit

Medienpaket der DMK liegt für den Ausleih bereit

Medienpaket der DMK liegt für den Ausleih bereit

FERMAT's letzter Satz

In der Regel - und leider, müssen wir sagen! - ist die Mathematik nicht üppig präsent in den Medien und in der Öffentlichkeit. Zu den wenigen Ausnahmen gehörte seinerzeit das Echo im Zusammenhang mit dem Beweis der so genannten FERMAT'schen Vermutung durch Andrew Wiles im Jahre 1994. Zwei Jahre später produzierte BBC erfreulicherweise einen Dokumentarfilm zu Simon Singhs Buch «The Proof». — Der Film wurde sogar für einen Emmy-Award nominiert und Singhs gleichnamiges Buch rangierte längere Zeit als No-1-Bestseller auf den US-amerikanischen Bestsellerlisten.

Zu Simon Singhs Film haben die (ehemaligen) DMK-Mitglieder Baoswan Dzung Wong, Meike Akveld und Werner Durandi diverses und für den direkten Unterrichtseinsatz konzipiertes Begleitmaterial zusammengestellt. Zu diesem vielfältigen Medienpaket, das wir dem Mathematikkollegium leihweise zur Verfügung stellen, gehört eine CD, eine DVD mit dem BBC-Dokumentarfilm (in der englischen Originalfassung) und eine umfangreichere Broschüre.

Inhalt der Broschüre:

- Ein kürzerer Artikel von Thomas Kohn rund um den Beweisbegriff. Anhand einfacher und typischer Beispiele werden insbesondere die prinzipiellen Unterschiede zwischen *direkten* und *indirekten*, *konstruktiven* und *nicht-konstruktiven* Beweisen dargelegt sowie *Existenz-* und *Unmöglichkeitbeweise* erläutert. — Dieser Artikel ist zudem bestens für das selbstständige Studium für Schülerinnen und Schüler geeignet.
- Ein Text von Jürg Kramer (Humboldt Universität zu Berlin), in dem dieser einen Kurzausschnitt der Geschichte der Vermutung gibt und vor allem die Kernidee des Beweises erläutert. Der Artikel ist ein Sonderdruck aus dem Buch «Alles Mathematik» (von Martin Aigner & Ehrhard Behrends) und ist für Lehrkräfte und interessierte Schülerinnen und Schüler gedacht. Er vermittelt insbesondere im zweiten Teil einen Eindruck von aktueller mathematischer Forschung.
- Ein Transkript des Filmtextes.
- Eine Vokabel-Liste zum Ausfüllen (Lehrer- und Schülerversion).
- Diverse Arbeitsaufträge wie Verständnisfragen, einen Zeitstrahl zu den wichtigsten Beweisstationen (zum Ausfüllen) inklusive die jeweilige Lehrerversion.

Die CD beinhaltet alle diese Texte im pdf-Format, ferner MP3-Dateien der ganzen Tonspur des BBC-Films sowie von einzelnen Filmsequenzen.

Kontaktperson für die unentgeltliche Ausleihe des beschriebenen Unterrichtsmaterials ist unser Mitglied Meike Akveld [akveld@math.ethz.ch].

Hansjürg Stocker, Präsident

Achille Brocot, der Uhrmacher

Paris 1860. Napoleon III ist seit 1852 Kaiser von Frankreich. Im Zuge der industriellen Revolution erlebt die Uhrmacherkunst eine Hochblüte. Ab 1855 publiziert Claudius Saunier, der seine Lehrjahre in der Schweiz verbrachte, die *Revue chronométrique*, das älteste Fachblatt der Uhrmacher. In der Ausgabe des Jahres 1860 findet sich ein Artikel von Achille Brocot (1817-1874) mit dem Titel *Calcul des rouages par approximation. Nouvelle méthode*.

Als Sohn eines berühmten Uhrmachers wächst Achille in einer äusserst kreativen Umgebung auf und ergreift ebenfalls diesen Beruf. Als Hobby-Mathematiker interessiert er sich erst für die Astronomie, als er sich mit der Herstellung von Planetenuhren beschäftigt.

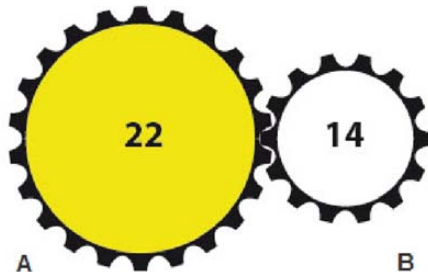


Planetenuhr in Prag

Um die Rotationsgeschwindigkeiten der Zahnräder den astronomischen Gegebenheiten anzupassen, bedient man sich seit langem der Getriebe von Rädern mit unterschiedlicher Anzahl von Zähnen. Da kein bekanntes Verfahren zur Berechnung der Zähnezahls genügend einfach und genau ist, erfindet Brocot ein eigenes System und beschreibt es in der obigen Abhandlung. Zusätzlich liefert er später eine Tabelle, um die Rechnungen effizienter zu machen.

Zahn um Zahn

Zahnradgetriebe erlauben die Übersetzung von Kräften, Geschwindigkeiten und Drehzahlen von einem Rad auf andere Räder. Im einfachsten Fall treibt ein Zahnrad A ein Zahnrad B an, welches irgendeine Arbeit verrichtet. In der Fachsprache heisst A der *Driver* und B der *Follower*.



Im Beispiel hat das Rad A 22 Zähne und B deren 14. Das Zahnrad B macht 11 Umdrehungen, wenn A sich 7 mal dreht und ist daher schneller. Drehzahl und Geschwindigkeit werden erhöht, das Drehmoment wird vermindert und die Drehrichtung umgekehrt.

Unter der Übersetzung des Getriebes versteht man das Verhältnis der Zähnezahl des Followers zur Zähnezahl des Drivers.

In unserem Beispiel beträgt die Übersetzung $14:22 = 7:11 \approx 0.64$.

Schaltet man zwischen Driver und Follower weitere Zahnräder (so genannte *Idler*, Nichtstuer) in einer Kette dazwischen, so haben diese (überraschenderweise) keinen Einfluss auf die Übersetzung.

Für die Astronomie sind Getriebe mit mehreren Zahnrädern auf derselben Achse interessant.

Brocot formuliert die damals bereits bekannte **Regel**:

Les révolutions du premier et du dernier axe sont exactement dans le même rapport que s'il s'agissait d'un rouage à deux mobiles dont l'un serait le produit des nombres de dents de tous les mobiles menants, et dont l'autre serait le produit des nombres de dents de tous les mobiles menés.

Die Umdrehungen der ersten und letzten Achse sind genau in demselben Verhältnis wie wenn es sich um ein Getriebe mit zwei Rädern handeln würde, von denen das eine das Produkt aller Zähne der führenden Räder (Driver) und das andere das Produkt der Zähne der geführten Räder (Follower) besitzt.

Beispiel:

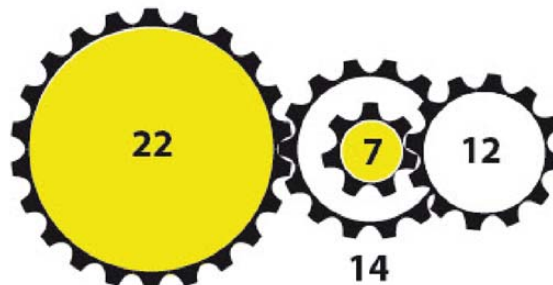
Die Zahnräder 7 und 14 befinden sich auf derselben Achse.

Driver: 22 und 7.

Follower: 14 und 12.

Die Übersetzung berechnet sich zu

$$\frac{14 \cdot 12}{22 \cdot 7} = \frac{12}{11} \approx 1.091 .$$



Intermezzo: Huygens automatisches Planetarium

Im 1703 posthum herausgegebenen Werk *Descriptio automati planetarii* beschreibt Huygens (1629-1695) das Konzept seines Planetariums. Bereits 1682 baute Johannes van Ceulen (ca. 1650-1715) die achteckige Planetenuhr nach den Plänen von Huygens. Exemplarisch verfolgen wir die Überlegungen zum Planeten Merkur. Die besten damals erhältlichen Daten für die Umlaufzeiten waren

- für die Erde: 365 Tage 5 Stunden 45' 15" 46''' und
- für den Merkur: 87 Tage 23 Stunden 14' 24".

Huygens rundete für die Erde auf 365 Tage 5 Stunden und 50 Minuten, für Merkur auf 87 Tage 23 Stunden und 15 Minuten.

Dies ergab ein Verhältnis von $105190:25335 = 21038:5067 \approx 4.15$. Da es unmöglich war, Zahnräder mit so vielen Zähnen zu konstruieren, musste Huygens einen Bruch finden, welcher kleinere Zähler und Nenner besass, aber den obigen Bruch möglichst gut annähert. Huygens kannte die neue Theorie der Kettenbrüche und zeigte bei seinem Planetarium zum ersten Mal eine praktische Anwendung dieser Theorie. Er entwickelte also den Bruch in einen Kettenbruch und bestimmte die daraus entstehenden Näherungsbrüche.

$$4 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}}}}}$$

Da die Zähler stets 1 betragen, kürzt man die Darstellung des Kettenbruches zweckmässig wie folgt ab:

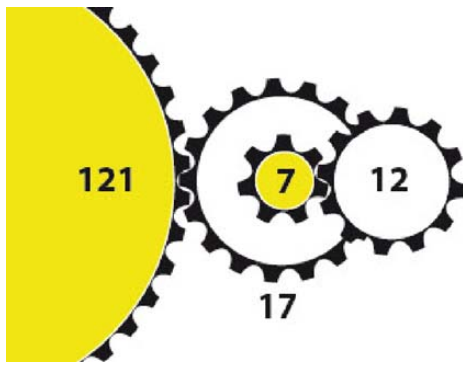
$$21038/5067 = [4,6,1,1,2,1,1,1,1,7,1,2] .$$

Durch das schrittweise Berechnen des Kettenbruchs entstehen die Näherungsbrüche

$$4, \frac{25}{6}, \frac{29}{7}, \frac{54}{13}, \frac{137}{33}, \frac{191}{46}, \frac{328}{79}, \frac{519}{125}, \frac{847}{204}, \frac{6448}{1553}, \frac{7295}{1757}, \frac{21038}{5067} .$$

Von diesen Näherungsbrüchen kommt für zwei Räder nur $137/33$ als bester Bruch mit erträglicher Zähnezahl in Frage. Falls sich aber ein späterer Näherungsbruch zerlegen lässt, könnte man mit vier Rädern und einer höheren Genauigkeit arbeiten.

Als wichtigen Glücksfall erweist sich der Bruch $847/204 \approx 4.15$, da sich die Zerlegung $(7*121)/(12*17)$ anbietet.



Dies lässt sich mit vier Rädern realisieren. Eine Umdrehung in einem Jahr des Erdenrades mit 121 Zähnen bewirkt ca. 4.15 Umdrehungen des Merkurrades mit 12 Zähnen.

Die neue Methode

Achille Brocot kennt ebenfalls die von Huygens angewendete Theorie der Kettenbrüche, welche jedoch nicht allen Uhrmacherkollegen vertraut ist. Zudem bemängelt er, dass man beim Suchen geeigneter Zahlen wenige Näherungen zur Verfügung hat (Huygens hatte „Glück“ mit der schönen Faktorisierungsmöglichkeit von $847/204$).

Seine neue einfache Methode zeigt er am Beispiel des gekürzten Bruches $191/23 \approx 8.3$. Der Bruch liegt zwischen $8/1$ und $9/1$. Die Fehler betragen $-7/23$ (zu wenig) und $16/23$ (zu viel). Nun bildet Brocot den Zwischenbruch $(8+9)/(1+1)$, indem er die Zähler und die Nenner addiert. Der Bruch $17/2$ heisst Mediant von $8/1$ und $9/1$ (Nicolas Chuquet führte im 15. Jh. diesen Begriff ein). Brocot stellt fest, dass auch der neue Fehler wieder Mediant der beiden ursprünglichen Fehler ist. Eine einfache Tabelle zeigt die Fortsetzung der Methode:

8:1	Fehler	-7
33:4	Fehler	-5
58:7	Fehler	-3
83:10	Fehler	-1
191:23	Fehler	0
108:13	Fehler	+1
25:3	Fehler	+2
17:2	Fehler	+9
9:1	Fehler	+16

Der Nenner beim Fehler wird weggelassen.

Ziel ist es, den Fehler auf +1 oder -1 zu reduzieren. Ist man mit $83/10$ nicht zufrieden, sucht man weitere Medianten zwischen $83/10$ und $191/23$. Dasselbe gilt für $108/13$. Die entstehenden Brüche $274/33$ usw. weisen zwar grössere Zähler und Nenner auf. Brocot versucht wie Huygens Brüche zu finden, welche eine Faktorisierung zulassen. Er zeigt zahlreiche Varianten.

Beispiel: $1802/217 = (34 \cdot 53) / (7 \cdot 31) \approx 8.3$ mit einem Fehler von lediglich $-1/4991 = -0.00020036$.

Eine genauere Betrachtung der Tabelle zeigt, dass sämtliche Näherungsbrüche 8 , $25/3$, $83/10$, $191/23$ der Kettenbruchentwicklung von $191/23$ vorkommen. Die zusätzlichen Brüche $33/4$,

58/7 und 17/2 in der Tabelle hat bereits Lagrange (1736-1813) als Pseudonäherungen der Kettenbruchentwicklung bezeichnet und ein allgemeines Verfahren zur Berechnung mittels Mediantenbildung angegeben. Das Verdienst von Brocot besteht darin, dass er seine Methode einem breiteren Publikum ohne den Einsatz von Kettenbrüchen und mittels einer einfachen Tabelle zugänglich gemacht hat.

Testfall Merkur

Im zweiten Beispiel wendet sich Brocot dem Planeten Merkur zu. Ein Rad dreht sich vollständig in einem Tag. Wie sieht eine Übersetzung für 87.96926 Tage aus? Dies ist die bis heute gültige siderische Umlaufzeit des Merkur. Vergleich: Zur Zeit von Huygens betrug sie lediglich 87.9683 Tage.

Die Tabelle mit 87:1 bis 88:1 als Start wird etwas aufwendig. Brocot verwendet daher sein Tabellenwerk. Darin finden sich alle gekürzten Brüche von 1/120 bis 119/120 mit den zugehörigen Dezimalzahlen aufgelistet. Die Zahl 0.96926 ist in der Tabelle nicht enthalten.

	N	D		N	
712	63	65	.96923	077	49
648	95	98	938	776	99
474	32	33	96969	697	50
319	97	100	97000	000	101
333	65	67	014	925	51
289	98	101	029	703	103
411	33	34	058	824	52
367	100	103	087	379	105
946	67	69	101	449	53

N: Nominator (Zähler)
D: Denominator (Nenner)

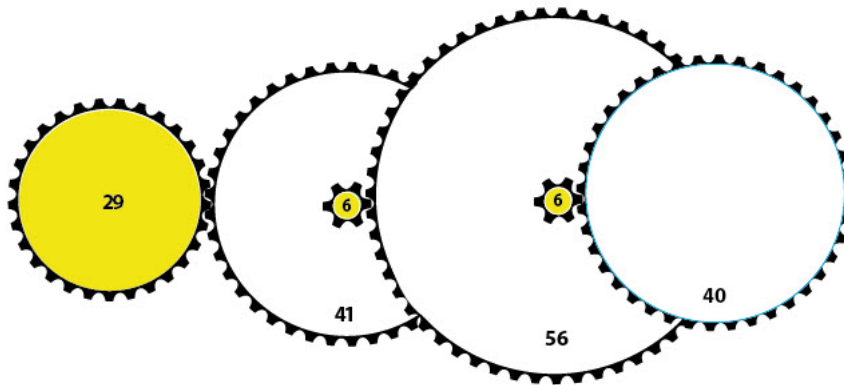
Die Tabelle enthält 4381 Brüche und deren Dezimalzahlen auf 8 Stellen genau. Das Nachrechnen der Tabelle mit *Mathematica* zeigte, dass Brocot sehr sorgfältig gearbeitet, aber vier Brüche vergessen hatte.

Benachbarte Tabellenwerte $0.96923077 = 63/65$ und $0.96938776 = 95/98$ geben für die Berechnung geeignete Startzahlen. Brocot beginnt daher mit 5718:65 und 8621:98, indem er jeweils 87 Ganze hinzuaddiert.

Die Fortsetzung durch Mediantenbildung ergibt:

5718:65
20057:228
14339:163
22960:261
8621:98

Nur der Bruch 22960:261 liefert eine gute Zerlegung, nämlich $(10 \cdot 56 \cdot 41) / (3 \cdot 3 \cdot 29)$. Leider sagt Brocot nicht, wie er sich das Räderwerk vorstellt, denn Zahnräder mit 3 Zähnen eignen sich nicht. Mein Vorschlag: Erweitern mit 4. Dies ergibt $(40 \cdot 56 \cdot 41) / (6 \cdot 6 \cdot 29)$ mit den Drivern 29, 6 und 6.

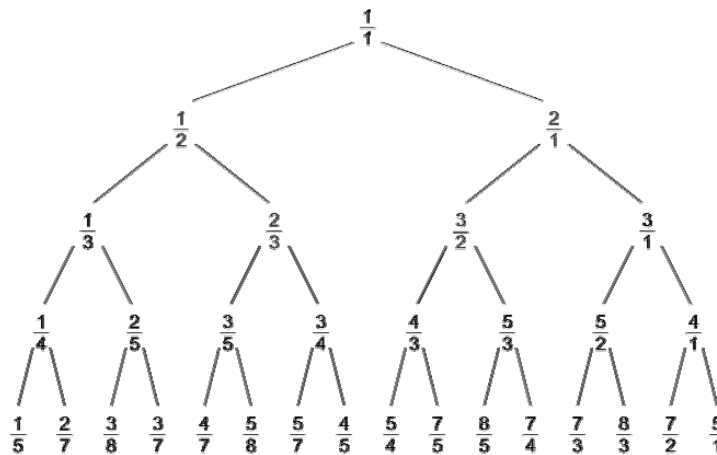


Falls sich das Tagesrad mit 29 Zähnen 87.969 mal dreht, macht das Merkurrad mit 40 Zähnen genau eine Umdrehung.

Damit kommt Brocot mit kleineren Zähnezahlen aus als Huygens, braucht aber statt vier Räder deren sechs.

Ausblick:

Die von Achille Brocot fortlaufende Mediantenbildung kommt besonders im nach ihm (und dem Mathematiker Stern) benannten **Stern-Brocot-Baum** zur Geltung. Zwar dient er weniger den Uhrmachern als vielmehr den Mathematikern. Der Baum enthält sämtliche nicht negativen Brüche genau einmal und aufsteigend geordnet.



Der Baum zeigt eindrücklich, dass die Menge der natürlichen Zahlen gleichmächtig ist wie die Menge der rationalen Zahlen.

Für zahlreiche Verbesserungsvorschläge danke ich Daniel Baumgartner ganz herzlich.

Albert A. Gächter

Einladung

29. Basler Kolloquium für Mathematiklehrpersonen

Vier Vorträge zur Fortbildung der Mathematiklehrer und -lehrerinnen an oberen Schulen und für weitere an Mathematik, ihrer Geschichte und ihren Anwendungen Interessierte

Mittwoch, 03.11.2010, 17:15–18:15 Prof. Alex Ringenbach, Muttenz

Medizinische Bildverarbeitung – Oder Mathematik im Dienst der Gesundheit

Das Ziel der Medizinischen Bildverarbeitung ist die Optimierung, die Analyse und die Visualisierung medizinischer Bilddaten - zur Unterstützung der Diagnostik und Therapie. Die Segmentierung von Bilddaten, d.h. die Erfassung anatomischer Strukturen, ist dabei ein erster Schritt zur Bildanalyse und ein zentrales Problem der medizinischen Bildverarbeitung.

In den letzten 20 Jahren hat die Reine und Angewandte Mathematik viel zur robusten Segmentierung von Bilddaten beigetragen: Lokale pixelbasierte Verfahren wurden durch globale Ansätze basierend auf Graphen-Theorie, Variationsrechnung, Stochastik etc. abgelöst. Und Apriori Wissen - ein wesentlicher Aspekt beim Interpretieren medizinischer Bilddaten - wird mittels statistischer Formmodelle bzw. Linearer Algebra erfasst und in die Segmentierung, zu modellbasierten Ansätzen, eingebracht.

Am Beispiel zweier konkreter Problemstellungen aus Leber- und Kniegelenk-Chirurgie wird die Problematik der Segmentierung aufgezeigt und dabei unterschiedliche, mathematische Lösungsansätze betrachtet.

Mittwoch, 10.11.2010, 17:15–18:15 Dr. Diego Kuonen, CStat CSci, Bern

Entscheidungen unter Unsicherheit in schwierigen Zeiten aus der Sicht eines Statistiker

Täglich müssen Entscheidungen unter Unsicherheit gefällt werden. Ein systematischer Umgang mit Unsicherheit mittels statistischem Denken ebnet den Weg für bessere Entscheidungsprozesse.

Statistisches Denken ist kein theoretischer Ansatz, sondern eine erfolgreiche Umsetzung der Philosophie des Lernens und Handelns und basiert auf folgenden Prinzipien:

- alles läuft in Systemen und Prozessen ab;
- Streuung (Variation) als Unsicherheitsquelle existiert in allen Systemen und Prozessen;
- das Verständnis und die Reduktion von Streuung und somit Unsicherheit sind der Schlüssel zum Erfolg.

Statistisches Denken ist eine leicht anwendbare und umsetzbare Denkhaltung mit einer Vielfalt an Einsatzmöglichkeiten. Um es mit den Worten von Herbert G. Wells zu sagen: *“Eines Tages wird statistisches Denken für das Leben so wichtig sein wie die Fähigkeit zu lesen und zu schreiben”*.

Der Vortrag, welcher eine Einführung ins statistische Denken liefert, wird in deutscher Sprache abgehalten; alle Präsentationsmaterialien sind in Englisch.

Mittwoch, 17.11.2010, 17:15–18:15 Prof. Thomas P. Wihler, Bern

Wenn Euler und Newton gemeinsam Nullstellen gesucht hätten

Das Newtonverfahren zum numerischen Lösen von nichtlinearen Gleichungen wird gelegentlich auch im gymnasialen Unterricht thematisiert, etwa im Zusammenhang mit dem Heronverfahren oder beim Betrachten der Juliamengen. Ferner ist das Eulerverfahren zum Lösen von Differentialgleichungen ebenfalls gut in der gymnasialen Mathematik einbaubar.

Vielleicht ist es überraschend zu erfahren, dass zum Newtonverfahren eine Differentialgleichung passt, deren näherungsweise Lösung durch das Eulerverfahren mit konstanter Schrittweite 1 gerade das klassische Newtonverfahren ergibt. Diese Beobachtung stimuliert die Frage, ob sich nichtlineare Gleichungen durch allgemeinere numerische Löser für Differentialgleichungen rasch und zuverlässig lösen lassen.

Wir zeigen einige Beispiele, die so einfach sind, dass sie auch im Unterricht verwendet werden können, aber soviel Einsicht bieten, dass es sich lohnt, an ihnen mehr über die Dynamik des Newtonverfahrens zu lernen. Ziel ist es, das klassische Verständnis vom Newtonverfahren durch eine neue Sehensweise zu erweitern, die Raum lässt für angeleitete Schülerforschung im Rahmen von Maturarbeiten oder eines Projektes von SJf.

Mittwoch, 24.11.2010, 17:15–18:15 Prof. Pierre de la Harpe, Genève

Pavages

Les pavages du plan apparaissent sous des formes très variées. Par exemple : (i) on en admire dans la plupart de nos salles de bain ; (ii) l'art des ornements en général et des pavages en particulier contient implicitement les plus anciens fragments de mathématiques supérieures qui nous soient connus ; (iii) les pavages constituent une mine inépuisable de problèmes pédagogiques originaux illustrant l'attrait de la géométrie élémentaire ; (iv) la découverte des pavages de Penrose s'insère dans un courant de recherche issu de la logique mathématique ; (v) l'étude de ces mêmes pavages de Penrose a son importance depuis les années 1980 pour comprendre la structure de certains alliages métalliques appelés quasi-cristaux. L'exposé abordera divers exemples de pavages et certaines de leurs propriétés.

Wo?

Im grossen Hörsaal des Mathematischen Instituts der Universität Basel, Rheinsprung 21, 4001 Basel.

Ab 16.30 Uhr gemütliches Beisammensein bei Kaffee und Tee im 1. Untergeschoss.

Nach den Vorträgen gehen wir jeweils mit den Referenten essen. Kommen Sie doch auch einmal mit! Es ist keine Anmeldung nötig.

Organisator

Marcel Steiner-Curtis
FHNW, Hochschule für Technik
Steinackerstrasse 5
5210 Windisch
marcel.steiner@fhnw.ch

Webseite mit Abstracts

www.fhnw.ch/personenseiten/marcel.steiner/

Elemente - ΣΤΟΙΧΕΙΑ - ELEMENTA

Antike und moderne Naturwissenschaft
zum Ursprung der Dinge

Interdisziplinäre Tagung

Termin: Donnerstag, 17.3.2011, 8.30-17.00 Uhr

Ort: ETH Zürich - Kantonsschule Hohe Promenade Zürich

Begegnungen schaffen!

Das ist das Ziel, welches sich der Schweizerische Altphilologenverband mit der Organisation dieser Tagung gesteckt hat. Begegnen sollen sich Vertreterinnen und Vertreter der Universitäten und der Schulen, begegnen sollen sich ebenfalls Geisteswissenschaften und Naturwissenschaften.

Mit diesem Anliegen ist der SAV überall auf offene Ohren gestossen, so dass ein spannendes Programm zustande gekommen ist; namhafte Vertreterinnen der Hochschulen aus den Bereichen Klassische Philologie, Chemie und Physik werden über verschiedene Aspekte des Tagungsthemas referieren. Die Workshops werden Gelegenheit bieten, Einzelthemen vertieft zu ergründen und vor allem ins Gespräch zu kommen. Frau Prof. Regula Kyburz wird zusammen mit Dr. Hugo Caviola über die Didaktik der Interdisziplinarität referieren und auch ihr neues Buch zum Thema Interdisziplinarität präsentieren.

Programm:

- 9.00 Einführung durch **Prof. Dr. Heidi Wunderli**, Präsidentin ETH
- 9.30 **Prof. Dr. R. Kyburz-Graber**, IGB (Universität Zürich)
Einblicke in die Forschung zum fächerübergreifenden Unterricht
- 10.00 **Prof. Dr. Laura Gemelli**, Klass. Philologie (Universität Zürich)
(Titel noch offen)
- 11.00 **Prof. Dr. Detlef Günther**, Department für Chemie und
Angewandte Biowissenschaften (ETH Zürich)
Die Bedeutung von Spurenelementen für die Rekonstruktion der
Vergangenheit und Gestaltung der Zukunft
- 14.00 Workshops zu Themen aus Mathematik, Physik, Chemie,
Kosmogonie und Interdisziplinarität
- 16.00 **Prof. Dr. Bruno Binggeli**, Astronomie (Universität Basel)
Quarks, Quasare, Quintessenz. Antike Reminiszenzen im Weltbild
der modernen Physik und Kosmologie

Weitere Informationen und Anmeldung:

<http://www.philologia.ch/tagung2011.php>

Lucius Hartmann (Vorstandsmitglied SAV und zugleich Mitglied VSMP)



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Mathematik

ETH Zentrum HG G 51.3
CH-8092 Zürich

Prof. Dr. Urs Kirchgraber
Tel.: +41-44-632 34 54
Fax: +41-44-632 18 37
kirchgra@math.ethz.ch
www.math.ethz.ch/~kirchgraber

Kolloquium über Mathematik, Informatik und Unterricht Programm HS 2010

Die Vorträge finden jeweils an einem Donnerstag von 17.15 bis 18.45 Uhr
im Auditorium F1 des Hauptgebäudes der ETH Zürich statt

Donnerstag, 28.10.10

J. Heitzer, RWTH-Aachen

Vom Lotfällen bis zum JPEG-Format – eine zentrale mathematische Idee und ihre Anwendungen

Der Beitrag soll aktuelle angewandte Mathematik für den Unterricht zugänglich machen und zeigen, wie erfolgreich der Blick auf die Struktur für Erkenntnis und Anwendungen sein kann.

Ausgangspunkt sind Erfahrungen der Schüler im zwei- und dreidimensionalen Raum. Etwa: Die Orthogonalprojektion eines Punktes auf eine Ebene liefert dessen beste dortige Näherung. Diese anschaulich gewonnene Erkenntnis hängt letztlich nur von den definierenden Eigenschaften des Skalarprodukts ab und kann weit über die Grenzen der Geometrie hinaus verallgemeinert werden. Denn gute Näherungen sind im Zeitalter der Datenmassen extrem gefragt.

Zunächst werden Anwendungen mit Spaltenvektoren höherer Dimension behandelt (z.B. Raum-Zeit-Probleme und „Typenbestimmung“). Mit der Deutung der Vektoreinträge als Wertelisten folgt dann der Übergang zu Funktionenräumen und den beiden wichtigsten Beispielen: Der Bildverarbeitung mittels Entwicklung über Haar-Wavelets und der Klangverarbeitung mittels Fourieranalyse.

Für die unterrichtliche Umsetzung stehen zahlreiche interaktive Lernumgebungen mit CAS sowie Experimente rund um die Wahrnehmung optischer und akustischer Signale und ihrer Approximationen zur Verfügung.

Donnerstag, 11.11.10

M. Barot, Universität Mexiko

Visualisierung der hyperbolischen Geometrie

Für lange Zeit basierte sich das Studium der Geometrie auf Euklid's Werk "die Elemente". Erst in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurden andere Geometrien bekannt und richtig anerkannt wurden diese neue Spielformen der Axiomatik erst, als auch Modelle bekannt wurden, die diese Geometrien darstellen. Mit der Entdeckung dieser Geometrien löste sich die Mathematik ab von der Realität: das Studium der Geometrie widmet sich seitdem den verschiedenen Möglichkeiten wie unser dreidimensionaler Raum gestaltet ist und nicht mehr direkt der Beschreibung desselben.

Dieser Vortrag bietet eine kurze Einführung in die hyperbolische Geometrie an Hand des Modells, das allgemein als "die Poincaré Halbebene" bezeichnet wird. Der zweite Teil widmet sich dann diversen Problemen die entstehen wenn man sich vorstellt man lebte in dieser Geometrie auf einer unendlich ausgedehnten Fläche mit vertikalem Gravitationsfeld. Es werden Fragen angeschnitten wie man zum Beispiel ein Strassennetz zu planen hat, wie man Gebäude errichtet und welche geometrischen Eigenschaften diese haben. Damit werden tiefe geometrische Eigenschaften des hyperbolischen Raumes direkt greifbar.

Der Vortrag berichtet von einem Projekt das für das dreidimensionale Visualisierungszentrum "IXTLI" der UNAM zur Zeit entwickelt wird. Auf mathematische Probleme der Implementation werden wir kurz zu sprechen kommen und einige Bildsequenzen werden die Theorie veranschaulichen.

Donnerstag, 25.11.10

P. Baptist, Universität Bayreuth

Mathematik erleben – das EU-Projekt *Fibonacci*

Aus zahlreichen Studien geht hervor, dass immer mehr Schülerinnen und Schüler in Europa den naturwissenschaftlichen Fächern und der Mathematik nur geringes Interesse entgegenbringen. Um hier eine Trendwende einzuleiten, sollen traditionelle Unterrichtsmethoden (wie beispielsweise Formeln lernen und Formeln anwenden) zurückgefahren bzw. verändert werden und zwar zugunsten einer Förderung des eigenständigen forschenden Lernens. Daher ist *Inquiry Based Science and Mathematics Education (IBSME)* ein zentrales Anliegen des Fibonacci-Projekts, an dem 21 europäische Länder beteiligt sind. Die Koordination für das Fach Mathematik erfolgt an meinem Lehrstuhl. Wir können dabei auf Erfahrungen und Ergebnissen aufbauen, die wir in den Projekten SINUS und SINUS-Transfer in Deutschland gesammelt haben. Wertvolle Impulse für unsere Arbeit erhielten wir auch von Kollegen aus der Schweiz, die sich zudem aktiv an zahlreichen Fortbildungsveranstaltungen beteiligten.

Der Vortragstitel „Mathematik erleben“ weist bereits auf Veränderungen im Lehren und Lernen hin. Mit meinen Ausführungen möchte ich anschaulich in die Fibonacci-Philosophie einführen; zahlreiche Beispiele geben Anregungen für das eigene Unterrichten.

Donnerstag, 09.12.10

M. Bettinaglio

Zwischen Kunst, Naturwissenschaft, Technik und Mathematik – Die ars perspectiva als Thema des Mathematikunterrichts

Phänomene zu begründen und daraus Nutzen zu ziehen, ist das wissenschaftliche Anliegen schlechthin. Ein frühes Beispiel dafür ist die ars perspectiva: Künstler des ausgehenden Mittelalters entdeckten, wie man „bene e con ragione, das heisst gut und im richtigen Verhältnis, die näheren und entfernteren Objekte so darstellen kann, wie sie vom menschlichen Auge wahrgenommen werden“ (Manetti 1490).

Ihr erstes Anwendungsgebiet fand die ars perspectiva in Kunst und Architektur. Ihre mathematische Weiterentwicklung mündete in neue geometrische Theorien. Ihre technische Umsetzung begann einst mit der camera obscura. Digitalkameras und computererzeugte Bilder bzw. Filme beruhen auf ihr.

Die Bedeutung des Themas veranlasste den Referenten, zusammen mit Urs Kirchgraber ein Unterrichtsmaterial zu entwickeln. Es entstand das Buchprojekt „Mathematik perspektivischer Bilder“

Aus dem Inhalt

- Die Grundlagen der ars perspectiva
- Ars perspectiva via Messen und Zeichnen
- Der rechnerische Zugang zur ars perspectiva

Im Mittelpunkt aber steht

- Die ars perspectiva aus der Perspektive des Fotografierens.

Es laden freundlich ein:

U. Kirchgraber (kirchgra@math.ethz.ch), **P. Gallin** (peter.gallin@igb.unizh.ch),
J. Hromkovic (juraj.hromkovic@inf.ethz.ch),
N. Hungerbühler (norbert.hungerbuehler@math.ethz.ch), **H. Klemenz** (hklemenz@ethz.ch)

Ja - Oui - Sì

Ich möchte Mitglied des Vereins Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte (VSMP) sowie des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrerinnen und -lehrer (VSG) werden.

J'aimerais devenir membre de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique (SSPMP) et de la société suisse des professeurs de l'enseignement secondaire (SSPES).

Desidero diventare membro della Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica (SSIMF) e della Società Svizzera degli Insegnanti delle Scuole Secondarie (SSISS).

Beitrag/Montant/Quota: Fr. 120.- (VSG-SSPES-SSISS) + Fr. 40.- (SSIMF-SSPMP-VSMP)

Frau/Mme/Sig.ra Herr/M./Sig. Prof. Dr.

Name/Nom/Cognome:

Vorname/Prenom/Nome:

Adresse/Indirizzo (privat/privato):

Plz-Ort/NP-Ville/CAP-Luogo:

(Land/Pays/Paese):

Email: (Tel):

(Geburtsdatum/Date de naissance/Data di nascita):

Sprache/Langue/Lingua: D F I.

Schule/école/scuola: Kanton/canton/cantone:

Kategorie/Catégorie/Categoria: activ/actif/attivo passive/passif/passivo

Student/-in, étudiant(e), studente/ssa.

Einsenden an/envoyer à/inviare a:

VSG-SSPES-SSISS, Postfach 8742 (Waisenhausplatz 14), 3001 Bern

oder per Internet: www.vsg-sspes.ch

Impressum

Herausgeber – *Éditeur*

VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*

Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
Bireggstrasse 19 Tel. 079 79 89 770
6003 Luzern

Layout – *Mise en page*

Jean-Luc Barras jeanluc.barras@gmail.com
Es Novallys 224 Tél. 026 912 98 24
1628 Vuadens

Inserateverwaltung – *Publicité*

Deutschweiz:

Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
8807 Freienbach

Suisse romande :

Philippe Beney philippe.beney@bluewin.ch
Av. Pratifori 10 Tel. 027 321 11 94
1950 Sion

Adressänderung – *Changement d'adresse*

VSMP Mitglieder – Membres de la SSPMP :

VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat, Postfach 8742
3001 Bern

Abonnenten die nicht Mitglieder der VSG sind:

Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
Bireggstrasse 19 Tel. 079 79 89 770
6003 Luzern

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)

– Délais de rédaction (de parution)

Nr. 115 31.12.2010 (20.02.2011)
Nr. 116 30.04.2011 (20.06.2011)
Nr. 117 31.08.2011 (20.10.2011)

Auflage – *Tirage*

900. Erscheint dreimal jährlich.

Präsidentin VSMP – SSPMP – SSIMF

Elisabeth McGarrity mcgarrity@rhone.ch
Bäjiweg 45 Tel. 079 34 34 862
3902 Brig-Glis

Deutscheschweizerische Mathematikkommission

Hansjürg Stocker hjstocker@bluewin.ch
Friedheimstrasse 11 Tel. 044 780 19 37
8820 Wädenswil

Deutscheschweizerische Physikkommission

Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
8807 Freienbach

Commission Romande de Mathématique

Patrick Hochuli patrick.hochuli@gfbienne.ch
Alex-Moser 50 Tél. 032 365 60 15
2503 Bienne

Commission Romande de Physique

Jean-Daniel Monod jean-daniel.monod@urbanet.ch
Rue du Bugnon 14 Tél. 021 701 38 62
1030 Bussigny

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana

Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
Via Vincenzo d'Alberti 13
6600 Locarno Tél. 091 751 14 47

Bestimmungen für Inserate und Beilagen

– Tarifs pour les annonces et les annexes

Ganzseitige Inserate Fr. 500.–
Halbseitige Inserate Fr. 300.–
Beilagen bis 20 g Fr. 500.–
Beilagen über 20 g Nach Vereinbarung

Druck und Versand – *Imprimerie*

Niedermann Druck AG
Rorschacherstrasse 290
9016 St. Gallen

Internet-Adressen – Adresses Internet

<http://www.vsmf.ch> — <http://www.sspmp.ch> — <http://www.ssimf.ch>