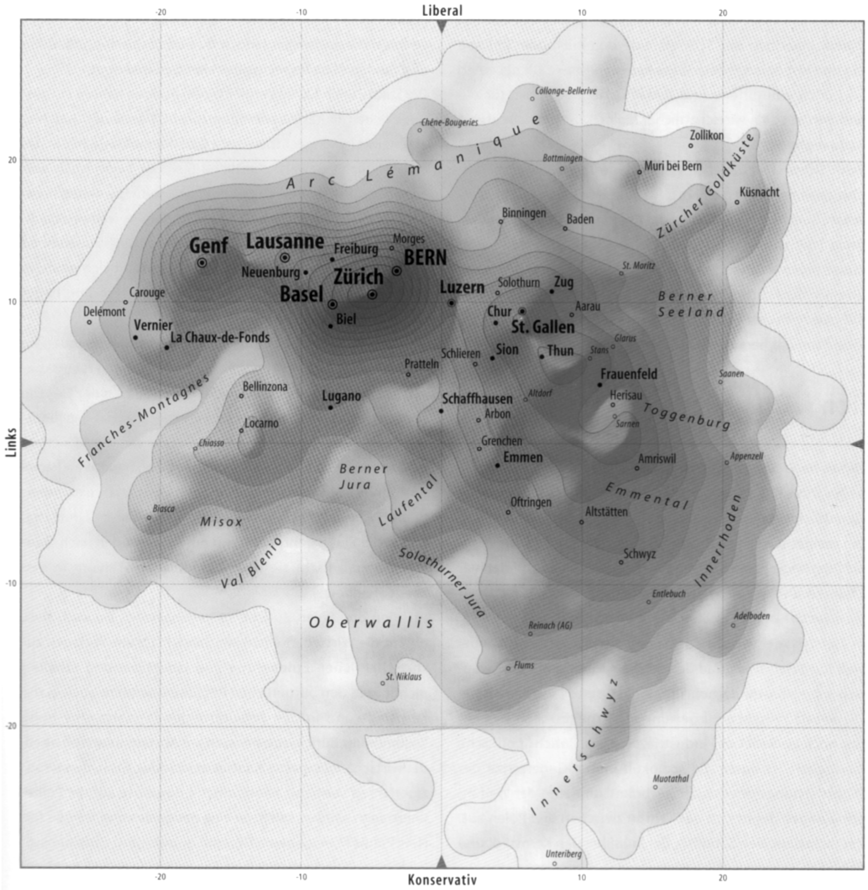
Bulletin

Februar 2009 – Février 2009

N° 109

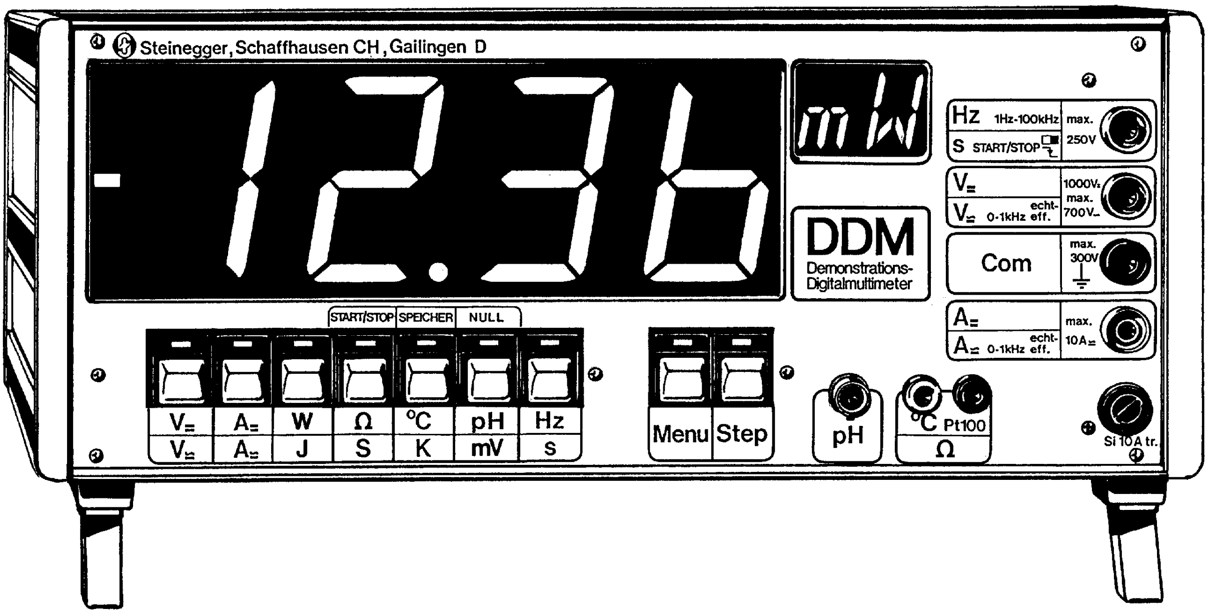


VSMP — SSPMP — SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik– und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

Demonstrations-Digitalmultimeter DDM

Art. Nr. 26



Misst: Spannung, Strom, Wirkleistung, Energie, Widerstand, Temperatur, pH-Wert, Zeitintervall und Frequenz
56mm hohe LED-Ziffern und 9999 Messpunkte
Automatische und manuelle Bereichsumschaltung
Mehr als 20 Zusatzgeräte direkt anschließbar
Einfacher Datenaustausch mit PC/Mac im Multitasking über die bidirektionale Serieschnittstelle
2 freiprogrammierbare Analog-Ausgänge
Ausführliche 75-seitige Bedienungsanleitung

Preis inkl MWSt. Fr 2’320.-

Die kostenlose Kurzbeschreibung “Demonstrations-Digitalmultimeter DDM Art. Nr. 26“ erhalten Sie direkt vom Hersteller:

Steinegger & Co.
Rosenbergstrasse 23
8200 Schaffhausen

Fax : 052-625 58 60
(: 052-625 58 90
Internet: www.steinegger.de

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

Kurse

Internet-Adressen – *Adresses Internet*

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch

Page de titre

"Politische Karte der Schweiz, aus dem Atlas der politischen Landschaften", siehe Artikel von Stephan Scheidegger, Seite 11.

Chers membres SSPMP,

Comme chacun le sait, l'introduction de l'ORRM a considérablement affaibli les sciences au gymnase. C'est une des causes de la pression à laquelle le gymnase doit faire face actuellement. La petite révision avait pour but de redresser la barre. Aujourd'hui nous sommes à l'aube de la grande révision de l'ORRM. La SSPMP souhaite continuer à se battre pour une meilleure place des sciences et des mathématiques au gymnase. Pour ce faire, la SSPMP a trouvé un partenaire et soutien de choix auprès des académies suisses. La SCNAT (Académie Suisse des Sciences Naturelles) s'engage pour le dialogue entre les sciences et la société ainsi que pour l'encouragement à la relève dans les sciences. La SCNAT dispose d'un réseau de scientifiques de pointe, prêts à soutenir les intérêts et les projets de la SSPMP de diverses manières. Le vaste projet des parrainages des travaux de maturité qui couvre tous les sujets sur tout le territoire Suisse en est un bon exemple*).

Un autre exemple récent en est la mise au point de l'exposition «Physique et Médecine» pour lequel la commission CRP a bénéficié du soutien de la SATW (Académie Suisse des Sciences Techniques). Grâce à cette collaboration, il est possible de créer de nouveaux projets qui complètent avantageusement notre enseignement en ajoutant un lien essentiel entre la salle de classe et la vie de tous les jours : ceci nous permet d'éveiller et d'accroître l'intérêt pour les sciences et les mathématiques.

Il n'y a pourtant pas de médaille sans revers, et il est bien clair que la participation aux académies n'est pas gratuite. C'est pour cela que l'assemblée générale a décidé d'augmenter les modestes cotisations à Fr 40.–. Nous sommes persuadés de pouvoir ainsi améliorer la qualité de notre travail au sein de la sspmp et dans nos écoles (grâce au travail à la révision de l'ORRM) et renforcer l'attractivité des sciences auprès de nos élèves. Nous devons assurer à la Suisse une relève scientifique.

Invitation

C'est pour ces raisons que la sspmp travaille à l'organisation d'un atelier auquel 6 à 8 membres de la sspmp sont gracieusement invités à se joindre. Pendant deux jours, à la mi-novembre, les participants discuteront et mettront sur pied de nouveaux projets concrets permettant de donner un nouvel élan aux mathématiques et à la physique. Les membres intéressés à cet atelier sont priés de s'annoncer à l'adresse suivante : mcgarrity@rhone.ch

Les membres du comité se réjouissent déjà de cet échange d'idées et souhaitent à toutes les lectrices et lecteurs de notre bulletin plein succès en classe et… en dehors.

Elisabeth Mc Garrity
Présidente SSPMP

*) www.scnat.ch > f > espace jeune > parrainage pour les travaux de maturité.

Geschätzte VSMP-Mitglieder

Die seinerzeitige Einführung der MAR hat erwiesenermassen die Naturwissenschaften erheblich geschwächt; die Gymnasien geraten deshalb auch immer wieder und immer mehr unter Druck. Mit der kleinen MAR-Revision konnte bezüglich der Naturwissenschaften nur etwas Gegensteuer gegeben werden.

Doch schon bald steht die grosse MAR-Revision an. Der VSMP möchte sich generell für einen besseren Platz der Naturwissenschaften und der Mathematik einsetzen. In der wissenschaftlichen Diskussion haben wir dabei die Unterstützung der schweizerischen Akademien gefunden. Die SCNAT (Schweizerische Akademie der Naturwissenschaften) setzt sich in der öffentlichen Debatte ebenfalls für die Stärkung der Naturwissenschaften ein. Die SCNAT verfügt über ein grosses Netz von hoch qualifizierten Naturwissenschaftern, die gerne bereit sind, Projekte des VSMP in vielfältiger Weise zu fördern und sowohl moralisch wie auch finanziell zu unterstützen. Das Schweizerische Projekt "Patenschaft bei Maturaarbeiten" etwa ist ein gutes Beispiel dafür*).

Ein anderes konkretes Beispiel ist die Ausstellung "Physik & Medizin" der CRP, welche von der SATW finanziell unterstützt worden ist, der Schweizerischen Akademie der technischen Wissenschaften. Dank dieser Zusammenarbeit können Projekte entwickelt und realisiert werden, die unseren Unterricht vielfältig ergänzen und die Begeisterung für die Naturwissenschaften wecken und fördern können. Es ist natürlich kein Geheimnis, dass uns diese Mitgliedschaften auch etwas kosten. Wir mussten deshalb an der letzten GV den eigentlich sehr bescheidenen Mitgliederbeitrag auf 40 Franken erhöhen. Wir sind aber überzeugt davon, dass dadurch die Qualität unserer Arbeit im Verein, beispielsweise im Auftritt gegen aussen, und im Unterricht gesteigert und verbessert werden kann. Gleichzeitig kann auch das Bild, das unsere Schüler von den Naturwissenschaften haben, positiv beeinflusst werden.

Einladung

Aus diesem Grund plant der VSMP Mitte November in Winterthur einen Workshop, zu dem 6 bis 8 Mitglieder eingeladen werden sollen. Während 2 Tagen werden dort neue und vor allem konkrete Projekte überlegt und praktisch entwickelt, die der Mathematik und Physik förderlich sind und ihnen den dringend nötigen Aufschwung erteilen. An solchen Fragen interessierte Mitglieder können sich gerne unter der folgenden Adresse melden: mcgarrity@rhone.ch

Wir vom Vorstand freuen uns auf die Gedanken- und Ideenaustausch und wünschen allen Bulletin-Leserinnen und -Lesern eine gute Zeit und weiterhin viel Erfolg beim Unterrichten.

Elisabeth Mc Garrity
Präsidentin VSMP

*) http://www.scnat.ch/d/Fokus_Jugend/Patenschaft_fuer_Maturaarbeiten/index.php

Als Austauschlehrerin in China

Baoswan Dzung Wong

Vor die Aufgabe gestellt, für das Bulletin einen Bericht über meine Erfahrungen an einer chinesischen Mittelschule zu verfassen, überlege ich, über welche der unzähligen Eindrücke ich berichten soll. Dass einer Lehrerin von Seiten der Schüler und Schülerinnen grosser Respekt entgegengebracht wird, wusste ich zwar vom Hörensagen. Es am eigenen Leib zu erfahren, war entschieden eindrücklicher. Doch hatte mich noch mehr überrascht, dass neben diesem Respekt so viel Herzlichkeit, ja manchmal fast Anhänglichkeit, Platz hatte. Respekt und Herzlichkeit hatte ich nach westlichen Erfahrungen als sich ausschliessend betrachtet. Wo kommt es denn vor, dass eine Schülerin eine Lehrerin anfragt, ob man Freunde sein könne? Doch davon später.

Mittelschulpartnerschaft Wettingen - Beijing

Seit 2005 besteht an der Kantonsschule Wettingen eine Partnerschaft mit der Mittelschule Nr. 19 von Beijing, der Hauptstadt Chinas. Diese Partnerschaft beinhaltet im Wesentlichen einen Austausch von Schülern, von Lehrpersonen und von Unterrichtsmaterialien, weiter die Betreuung von Gaststudenten aus dem je anderen Land und schliesslich einen Austausch zwischen Berufsschulen der Stadt Beijing und des Kantons Aargau.

So kam es, dass ich im April 2008 eine Gruppe von 12 Wettinger Schülerinnen und Schülern des Freifachs Chinesisch bei ihrem dreiwöchigen Besuch der Partnerschule in Beijing begleitete. Die Schüler bekamen vormittags einen eigens für sie zugeschnittenen Unterricht in Chinesisch, Schrift und Konversation. Anfangs fühlten sich die meisten unter ihnen überfordert, weil der abgegebene Text nur die chinesischen Zeichen ohne die bei der Aussprache nützliche latinisierte Umschrift enthielt. So konnten sie beim Lesen kaum mithalten. Nach wenigen Tagen wurden aber Unterrichtsmaterial und Lehrperson angepasst. Ausserdem durften sie den Unterricht ihrer Gastgeschwister besuchen. Nachmittags wurden ihnen einige der Kulturstätten, an welchen die alte kaiserliche Hauptstadt so reich ist, gezeigt. An einem verlängerten Wochenende unternahm man eine Reise ins Landesinnere zur Wiege der chinesischen Kultur am gelben Fluss. Nach der Rückkehr der Wettinger Schüler in die Schweiz blieb ich weitere zwei Monate, um an der 19. Mittelschule zu unterrichten.

Mit der Deutschklasse am Eingangstor der 19. Mittelschule

Die Mittelschule Nr. 19 von Beijing

Die Mittelschule Nr. 19 befindet sich im Haidian-Bezirk im Nordwesten der Stadt Beijing. Rund um sie herum befinden sich die Renmin Universität, die Beijing Universität, die Fremdsprachenuniversität und die technische Universität. Eine halbe Stunde zu Fuss entfernt findet man das Silicon Valley von Beijing, den so genannten Electronic Business Block. Daher trifft man auf Schritt und Tritt auf Geschäfte für elektronisches Zubehör. Die 19. Mittelschule hat sich einen guten Ruf geschafft und ist fortschrittlich ausgerüstet. Das chinesische Schulsystem besteht aus 6 Jahren Grundschule, 3 Jahren untere Mittelschule (Junior High School) und 3 Jahren obere Mittelschule (Senior High School), gefolgt von 4 Jahren Hochschule. Auf dem Hauptcampus, dem sogenannten Ostcampus, wo ich meine Zeit verbrachte, werden 2000 Schüler und Schülerinnen der beiden ersten Jahrgänge der unteren und der oberen Mittelschule unterrichtet. Die jeweiligen Abschlussklassen (die dritten Jahrgänge) werden auf dem Mittelcampus unterrichtet, während die Schule noch eine zu ihr gehörige private Experimentierschule auf dem Westcampus führt.

Von meiner jungen Freundin, der Schülerin Ma Li, erfahre ich, wie eine Unterrichtswoche strukturiert ist. Sie geht an 5 Tagen der Woche zur Schule. Jeder Tag zählt 8 Lektionen zu 45 Minuten. Oft werden aber noch eine oder zwei Lektionen für Prüfungen in Mathematik, Landessprache (Chinesisch) und Fremdsprache (Englisch) oder für Freifächer (z. B. 8-12 Lektionen Deutsch, zum Teil auch am Samstag) angehängt. Die Schüler und Schülerinnen kommen so auf 43 - 55 Lektionen pro Woche. Die Abschlussklassen auf dem Mittelcampus, wie ich von der mir ebenfalls gut befreundeten Schülerin Nina erfahre, haben einen noch gedrängteren Stundenplan. Bei ihnen enthält die Woche 5 Tage zu 10 Lektionen, die allerdings nur 40 Minuten dauern. Abends fallen stundenlange Hausaufgaben an, so dass an Freizeit nicht zu denken ist. Das Schülersein gehört zu den härtesten Zeiten im Leben der Chinesen. Es wird in Kauf genommen zum einen Teil, weil Bildung seit Jahrtausenden zum höchsten Gut zählt, zum anderen Teil, weil die Konkurrenz im 1.3 Milliarden Menschen zählenden Land einen für uns unvorstellbaren Druck erzeugt.

Aus dem Deutschunterricht

Die 19. Mittelschule besass ein ehrgeiziges Deutschprogramm. Teil davon war, dass muttersprachliche Lehrkräfte vorgesehen waren, weshalb ich als Deutschlehrerin eingesetzt wurde. Von meiner höchsten Deutschklasse, der 2. Seniorklasse (11. Jahrgang, 17-jährige) habe ich denn auch am meisten über das Denken von Teenagern gelernt. In Aufsätzen habe ich sie über die Zukunft Beijings oder über Feste, die sie feiern, schreiben lassen. So schrieb eine Schülerin: “Wir lieben und glauben an Peking, deswegen sollen wir jetzt fleissig lernen, um ein sauberes, wunderschönes und modernes Peking aufzubauen! ” und ein Schüler zum Muttertag: “Mütter machen alles für uns und geben uns so viel Liebe wie sie können. Was wir machen können ist am besten eine rote Rose schenken und einen warmen Kuss auf die Wange geben, damit sie ein ruhiges Leben lebe. Das ist ganz genug.” Man stelle sich solche Gedanken bei unseren Jugendlichen vor!

Obwohl ich mich gewissenhaft für die Deutschlektionen vorbereitete, schlug mein Herz doch mehr für den Mathematikunterricht, von dem ich hier hauptsächlich berichten werde.

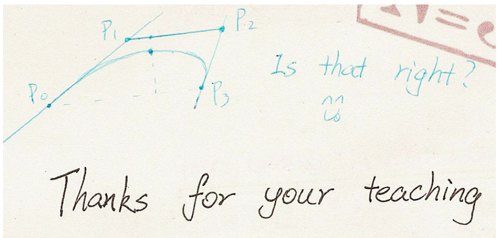
Bézierkurven mit 16-jährigen

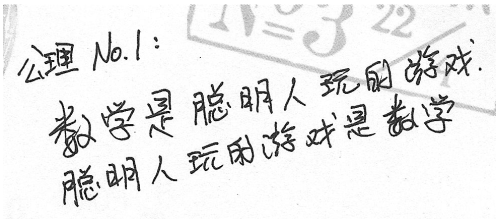
Ich hatte einmal in der Schweiz mündlich den Wunsch geäussert, in China auch Mathematik auf Englisch unterrichten zu dürfen. Damit, dass dieser Wunsch erhört würde, hatte ich nicht gerechnet. Doch die Vorsteherin der Mathematikfachschaft, die junge Lehrerin Tan, bot mir eine wöchentliche Lektion bei ihrer ersten Seniorklasse (10. Jahrgang) an. Mir war bewusst, dass an chinesischen Schulen ein strikter Lehrplan eingehalten wird. Zudem hatten die Schüler und Schülerinnen einen gedrängten Stundenplan. Die erste Lektion am Freitagmorgen, die sonst für das Morgenstudium reserviert war, musste ich also gut nutzen.

Meine Mathematikklasse: Linke ... ... und rechte Hälfte

Ich entschied mich, einen kleinen Kurs zu den Bézierkurven zu geben. Da hatte ich meine Unterlagen im mitgebrachten Laptop. Ich führte sie zuerst von der geometrischen Betrachtungsweise her zur Bézierkurve, indem ich ihnen fortlaufend nummerierte Blätter abgab, auf welchen sie für das aufgedruckte Kontrollpolygon den Punkt der Bézierkurve zum Parameterwert $t = \frac{k}{10}$, wobei $k = 0, 1 \ldots, 10$, konstruieren sollten. Sie arbeiteten recht ordentlich. Nur beim sich kreuzenden Kontrollpolygon gab es Fehler, weil ich sie zu wenig darauf aufmerksam gemacht hatte, die Reihenfolge der durchlaufenen Kontrollpunkte zu beachten. Eine Woche später leitete ich mit ihnen die Formel zur Berechnung der Punkte auf der Bézierkurve her. Dabei fiel mir auf, wie wendig sie reagierten. Sie gaben mir die Antworten in einer Form an, die davon zeugte, dass sie Rechenschritte, die ich gewöhnlich in Wettingen an der Tafel vorführen müsste, im Kopf erledigt hatten. Ich lobte sie dafür, und das machte ihnen sichtlich Freude. Beim Mittagessen in der Lehrermensa erzählte mir Frau Tan, dass einige Schüler nicht ganz den Zweck meiner Ausführungen zu begreifen schienen. So achtete ich in der dritten Woche darauf, sie möglichst bald ein Beispiel aus dem Alltag lösen zu lassen. Sie sollten den Umriss des Buchstabens Q, der ziemlich symmetrisch ist, mit Bézierkurven erzeugen. Wie die Kontrollpunkte ermittelt werden konnten, begriffen sie schnell und ich zeigte ihnen mit meinem MAPLE-Programm, welche Kurven der Computer mit den von ihnen gefundenen Kontrollpunkten zeichnete. Das Resultat konnte sich sehen lassen. Dann liess ich sie das Resultat durch eine Scherung der Kontrollpunkte verschiefen, gewissermassen um das kursive Q zu erhalten. Da war ich wieder verblüfft, als ein Schüler mir die Transformationsformel für die Scherung in der fertigen Form nannte, sobald ich an der Tafel gezeichnet hatte, was mit einem Punkt bei der Scherung passiert. Und so liessen wir den Computer den schiefen Buchstaben Q zeichnen. Ehrlicherweise gab ich zu, dass in der Praxis die kursiven Buchstaben nicht rein durch eine mathematische Scherung entstehen, sondern dass sie vom Graphiker nochmals viel Augenmass und – computerunterstützte – Handarbeit abverlangen. In einer weiteren Lektion liess ich sie die Kontrollpunkte für das Logo auf den Sportartikeln der Marke Nike ermitteln. Ich liess es mir dabei nicht nehmen, ihnen die Geschichte von der Entstehung des Logos und von der griechischen Göttin Nike zu erzählen. Mit einigem Interesse durfte ich rechnen, stand doch in Beijing die Olympiade vor der Tür.

In der kurzen Zeit konnte ich leider die Schüler und Schülerinnen kaum einzeln wahrnehmen und näher kennenlernen. Umso überraschter war ich, als sie mir in der letzten Lektion ein Album überreichten, in welchem sie kurz ihre Personalien eingetragen hatten, ihren ersten Eindruck von mir, und auf der Rückseite ein paar persönliche Zeilen schrieben. Zwei Beispiele davon:





Ausschnitte aus dem Schüleralbum: Links ein Béziersegment, rechts übersetzt der Spruch "Axiom Nr. 1: Mathematik ist das Spiel, das intelligente Leute spielen. Das Spiel, das intelligente Leute spielen, ist Mathematik."

Ich lernte in den sechs Mathematiklektionen einzig den Namen von Ma Li kennen. Das geschah so: Dass ich in Beijing Mathematik unterrichten durfte, erfüllte mich mit einigem Stolz, und so wollte ich als Andenken ein paar Fotos von der Klasse machen. Ma Li war die erste Schülerin, die ich an der Tafel schreiben liess. Aus Versehen hatte ich von ihr ein Filmchen aufgenommen statt einer Foto. Ich mailte es ihr, in der Hoffnung, dass sie mir nicht böse war, dass ich sie filmte. In dieser Hinsicht war ich vorsichtig, weil ich in meiner Kindheit Bäuerinnen in Hongkong erlebt hatte, die das Fotografiertwerden als unglücksbringend betrachteten. Doch Ma Li war sehr erfreut über das Filmchen und – mehr noch – sie fragte mich im Mail gleich an, ob wir Freunde sein wollten. Das überrraschte mich einigermassen. Aber ich war glücklich, eine junge Freundin gewonnen zu haben. Wir schreiben uns regelmässig und ich vernehme von den Höhen und Tiefen in ihrem Leben. Hatte sie mich doch vor Kurzem verzweifelt um Rat gebeten, weil sie in den Prüfungen schlecht abgeschnitten habe, so erfahre ich jetzt, dass sie zur drittbesten Schülerin vom ganzen Stadtbezirk Haidian, der mindestens so gross wie der ganze Kanton Aargau ist, ernannt wurde!

Mit meiner jungen Freundin Ma Li

Regenbogen an der Primarschule

Mein Deutschlehrerkollege bat mich, an der Primarschule seiner Frau eine Mathematiklektion auf Englisch zu halten. Ich sagte erst nur zögernd zu, da ich noch nie 10-jährige Viertklässler unterrichtet hatte. Ihr Unterrichtsbuch bekam ich erst am Tag vorher zu Gesicht. Es war mit viel Liebe angefertigt. Besonders beeindruckt war ich von den Übungen zur räumlichen Vorstellung. Eine davon bestand aus drei farbigen Zeichnungen von einem Tisch mit Geschenken, so wie es der Familienhund etwa sehen könnte. Die Aufgabe bestand darin, jedem dieser drei Bilder die Entfernung des Hundes zum Tisch zuzuordnen. Ist der Hund weit entfernt, so sieht er die Geschenke auf dem Tisch. Nähert er sich dem Tisch, so sieht er nur noch die Schleife des Geschenkbandes über dem Tischrand hinausragen. Kommt er noch näher, so verschwinden die Geschenke ganz (was für ein Drama!).

Im angestammten Unterricht der Klasse weiterzufahren, traute ich mir nicht zu, sondern ich bereitete ein Blatt zum Regenbogen vor. Die Kinder sollten darauf den Strahlengang des Lichtes in einem Regentropfen konstruieren. Damit ich die Zeichnung an die Wand projizieren konnte, wollte ich im gegenüberliegenden Kopiershop eine Transparentfolie anfertigen lassen. Dieses Unterfangen war schon eine Hürde für sich, denn ich wusste nicht, wie so etwas auf Chinesisch hiess. Also versuchte ich es zu umschreiben und man war drauf und dran, mir das Blatt in eine Folie einzuschweissen. Schliesslich schien ich mich verständlich gemacht zu haben, aber das Geschäft führte keine solchen Folien. Immerhin liess ich mir die richtige Bezeichnung aufschreiben. Transparentfolie würde wörtlich übersetzt Säurepapier heissen. Mit diesem Wort ging ich zur Kopierstelle unserer Schule, aber die hatte das genau so wenig. Schliesslich finde ich mich damit ab, dass ich die Konstruktion der Strahlengänge an der Wandtafel vormachen muss. Wie war ich dann erstaunt, als im Schulzimmer nicht nur ein Computer mit Beamer vorhanden war, sondern auch ein Bildabtaster. Ich konnte also einfach das Papier dort auflegen und zeichnen. Im Nachhinein erst fiel mir auf, dass dies Standardeinrichtung auch in den Schulzimmern der 19. Mittelschule war.

Zuerst durfte ich der Mathematiklektion der Klasse mit ihrer Lehrerin beiwohnen. Es wurde das Runden von Dezimalzahlen geübt und ich weiss jetzt auch, wie das auf Chinesisch heisst. Die Lehrerin war sehr jung und trat sehr sicher auf. Zu Beginn meiner Lektion ermahnte sie die Kinder, aufmerksam zuzuhören. Sie hatte wohl den Eindruck, dass ich nicht gewohnt war, mit 45 Kindern zurecht zu kommen. Die Schüler und Schülerinnen waren aber sehr aufmerksam. Sie antworteten auf meine Fragen sehr präzise. Das zeigte, dass die erst 10-jährigen mein Englisch verstanden und auch inhaltlich mitdenken konnten. Währenddessen nahm ihre Lehrerin den Unterricht auf Video auf und übersetzte ab und zu ein schwierigeres Wort. Ihre Professionalität beeindruckte mich sehr. Am Schluss, als die Pausenglocke läutete, umringten mich ein paar Kinder. Sie wollten wissen, warum ich nicht chinesisch gesprochen habe, dann hätten sie doch viel mehr verstanden. Ich musste beschämt gestehen, dass meine Chinesischkenntnisse nicht ausreichten, um eine ganze Lektion zu halten. Da die Schüler und Schülerinnen im Unterricht nur die Strahlengänge des roten und des violetten Lichtes einzeichnen mussten, wollte ein Mädchen noch ganz genau wissen, wie das mit den anderen Farben sei. Nachdem ich es ihr auf Chinesisch erklärt hatte, war sie glücklich – und ich ebenso –, dass sie es nun ganz verstanden hatte. Schliesslich kam noch ein Mädchen und steckte mir ein Zettelchen zu. Darauf stand in seiner hübschen Kinderschrift welcome to china.

Restklassen und Umweltschutz

Zum Schluss eine kleine mathematische Kuriosität:

Die Stadt Beijing liegt südlich einer Wüste in einer Tiefebene und ist auf den drei anderen Seiten von Bergen umgeben. Der nahe Wüstensand setzt sich als feiner brauner Staub auf alles und dringt sogar durch die Ritzen in die Häuser. An gewissen Tagen, besonders im Frühling, ist die Wetterlage so ungünstig, dass zudem die Abgase sich über der Stadt senken und die Sicht behindern. Nach den angenehmen Erfahrungen mit der Reduktion des Verkehrs auf Beijings Strassen während der Olympischen Spiele hat die Stadt beschlossen, dass seit Mitte Oktober der Verkehr weiter reduziert wird und zwar nach folgender Regel: An Werktagen dürfen nur jene Autos fahren, deren Zulassungsnummer modulo 5 dem Wochentag entspricht. An einem Montag (auf Chinesisch "erster Wochentag") also dürfen nur Autos fahren, deren letzte Ziffer 1 oder 6 ist; am Dienstag jene, deren letzte Ziffer 2 oder 7 ist, usw. Am Wochenende, wo der Verkehr ohnehin geringer ist, gibt es keine Beschränkung. So wird der Strassenverkehr an Werktagen auf einen Fünftel verringert. Das Rechnen mit Restklassen scheint im chinesischen Alltag fest verwurzelt zu sein. Davon mag auch der chinesische Restsatz zeugen, der seit Jahrhunderten für das Zählen im Alltag und in der Armee benützt worden war.

Mathematik entdecken lassen: Maturaarbeiten und andere Gelegenheiten

Last Call

Liebe Kolleginnen und Kollegen

Wir erinnern gerne nochmals an den Kurs an der Kantonsschule Baden vom 27./28.3.2009. Begegnen auch Sie jenen, die sich um mathematische Maturaarbeiten, Mathematikwettbewerbe oder andere Formen der *Förderung von Interesse und Freude an der Mathematik* kümmern! Die Kursorganisation freut sich auf viele weitere Anmeldungen.

Alle wichtigen Informationen zum Kurs finden Sie auf der home page der SMG:
http://www.math.ch/mathematics-at-school/anmeldung

Das Wichtigste zur Anmeldung

- **Anmeldung** mit einer frühzeitigen online Anmeldung erleichtern Sie uns die Kursorganisation erheblich. http://www.math.ch/mathematics-at-school/anmeldung

  Letzter Termin für Anmeldungen ist der 28.2.2009.

- Kurskosten 50.– CHF pro Person, (inkl. Kursunterlagen und Pausengetränk).
  Einzahlung bitte bis spätestens am 28.2.2009 auf

  PC 80-16483-5
  Schweiz. Mathemat. Gesellschaft
  3000 Bern
  Vermerk: Weiterbildung 2009

- gemeinsames Mittagessen je 20.– (Freitag/Samstag), Bons können bei der Registrierung erworben werden.
- Kursunterlagen werden beim Check-in abgegeben.
- Wer im Raum Baden/Wettingen übernachten möchte, ist gebeten, eine Unterkunft selbst zu organisieren.
- für Fragen wenden Sie sich bitte an H.R. Schneebeli, schneebe@othello.ch

Wir freuen uns auf eine rege Beteiligung und danken für Ihr Interesse.
Mit freundlichen Grüssen
Meike Akveld, Norbert Hungerbühler, Hansruedi Schneebeli

Fouriertransformation - exploratives Werkzeug im Unterricht

Stephan Scheidegger

Einleitung

Die Fouriertransformation (FT) stellt ein wichtiges Verfahren in Technik und Wissenschaft dar. So beruhen die Bildrekonstruktionsalgorithmen bei modernen Computertomographen darauf [Buz04]. Auch in der digitalen Bildverarbeitung wird FT eingesetzt. Ein gutes Programm für die Demonstration von Bildfilterung und Effekten bei 2-dim. FT ist FTL-SE[1]. Aus der Elektrotechnik (v.a. Signaltheorie) ist die FT nicht mehr wegzudenken. In diesem Zusammenhang sei auch der Begriff des Spektrums genannt, der in den Naturwissenschaften weit verbreitet ist. Es gibt aber auch andere Gründe, weshalb die FT Thema im Unterricht sein kann. Die FT transformiert Daten: Anstelle einer Darstellung in einem Auslenkungs-Zeit-Diagramm tritt eine Darstellung in einem Amplituden-Frequenz-Raum – dabei wird eine andere Sichtweise auf die Daten möglich. Die thematische Einbindung der FT in den Unterricht kann im Kontext einer Reflexion über Sichtweisen und Standpunkte erfolgen – ein durchaus auch für den gymnasialen Unterricht sinnvolles Thema.

Ein Problem lässt sich auf verschieden Weise darstellen. Jede Darstellungsweise entspricht quasi einem anderen Blickwinkel und gestattet andere Ein- und Ansichten des Problemfelds. Ein illustratives Beispiel dafür ist in Fig.1 abgebildet. Es handelt sich dabei um eine etwas andere Darstellung der Schweiz (entnommen aus dem Atlas der politischen Landschaften der Schweiz). Der ungewohnte Blick auf die Schweiz ergibt sich durch eine Transformation der Daten. Die räumlichen Koordinaten wurden durch politische Dimensionen (Links – Rechts; Liberal – Konservativ) ersetzt. Die Höhe entspricht der Einwohnerzahl des betreffenden Ortes (wobei die Landschaft durch Modellierung eines Berges mittels einer Gaussfunktion (Faltung) gebildet wird). Um einen Ort zu platzieren, wurde das Abstimmungsverhalten bei Volksabstimmungen über einen grösseren Zeitraum statistisch analysiert.

Anhand der Karte in Fig.1 lässt sich feststellen, dass die Sprachgrenze nicht zwingend auch eine politische Grenze sein muss. Sollen also bestimmte Fragestellungen bearbeitet werden, so ist es vorteilhaft, eine geeignete Darstellungsweise für die Daten zu finden. Die dafür benötigte Transformation der Daten lässt sich in der Regel mathematisch beschreiben.

Zwar ist der Zusammenhang der politischen Karte zum Thema FT nicht auf Anhieb offensichtlich, aber die Darstellung in Fig.1 zeigt ein kreatives und sinnvolles Beispiel, wie anhand einer Datentransformation Daten exploriert und Aussagen gewonnen werden können. Hier bestehen bemerkenswerte Parallelen zur Analyse von Schwingungen oder generell von Signalen. So können Frequenzen eines Signals einfach analysiert werden, wenn die Schwingung nicht in einem

[1] Weber, S., Aubert, E., Lecompte, C.: Fourier Transform Lab, Student Edition . www.jcrystal.com.

Auslenkungs-Zeit-Diagramm, sondern in einem Amplituden-Frequenz-Diagramm dargestellt werden.

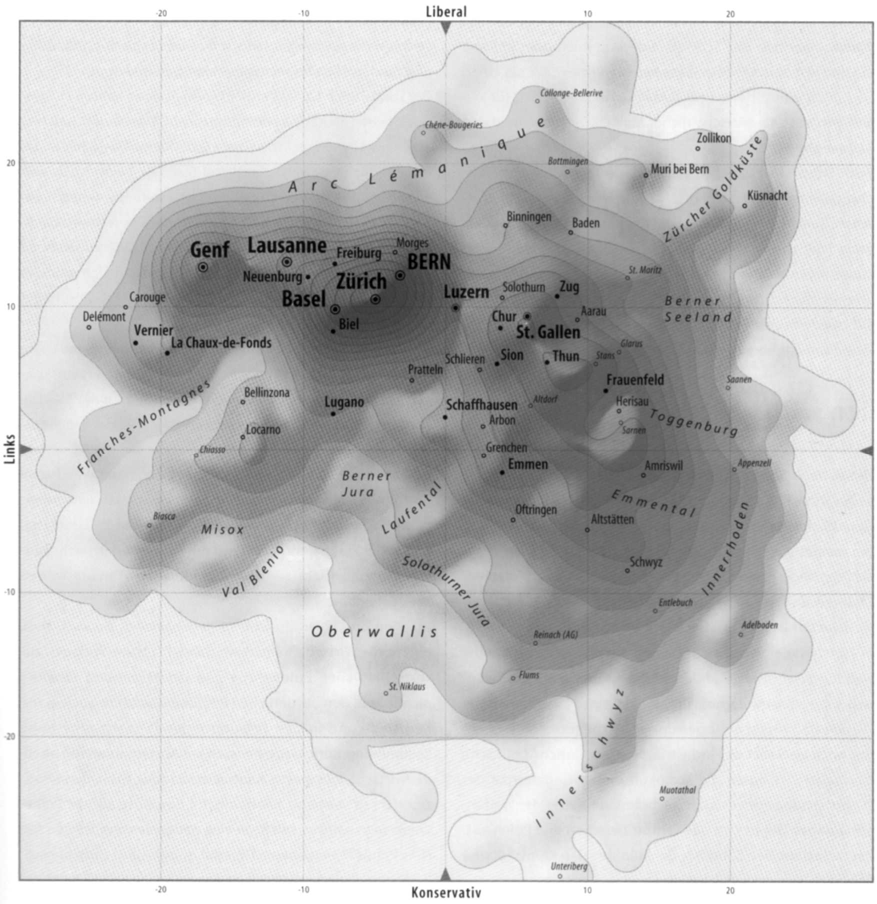


Fig.1. Politische Karte der Schweiz, aus dem Atlas der politischen Landschaften[2].

Nebst dem Spektrum gibt es eine ganze Reihe weiterer möglicher Darstellungsweisen. So wird in diesem Beitrag ein Vergleich zum Histogramm gezogen. Eine weitere Variante, welche vor allem im Zusammenhang mit dynamischen Systemen interessant ist, sind Phasendiagramme.

In den zwei folgenden Abschnitten werden zwei Aspekte bei der Umsetzung im Unterricht vorgestellt. Der erste Abschnitt beschäftigt sich mit der Einführung der FT im Unterricht, der zweite mit einer möglichen Anwendung.

[2] Hermann, M., Leuthold, H.: Atlas der Politischen Landschaften – Ein weltanschauliches Porträt der Schweiz. Zürich: vdf Hochschulverlag, 2003.

Numerische Berechnungstabelle für eine diskrete FT (DFT)

Im Prinzip lässt sich die FT ohne den Funktionsbegriff einführen [Sbl98]. Das Generieren von Listen durch Abtasten von Funktionen korrespondiert gut zum schrittweisen Vorgehen bei der Simulation eines dynamischen Systems mittels Eulerverfahren, wie dies im zweiten Teil dieser Arbeit vorgestellt wird. Dieser eher mathematischen Betrachtungsweise steht aber die physikalische Betrachtungsweise gegenüber, wo Lösungsfunktionen von Differentialgleichungssystemen wichtig sind. Deshalb wird im erstem Abschnitt eine rudimentäre Einführung beschrieben, welche auf dem Funktionsbegriff basiert.

Eine periodische, integrierbare Funktion $f(t)$ mit der Periode $T = 2\pi/\omega$ lässt sich durch eine unendliche Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen beschreiben:

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega \cdot t) + b_n \sin(n\omega \cdot t) \right) \tag{1}$$

Dies ist die Fourierreihen-Entwicklung für $f(t)$ mit den Koeffizienten a_n und b_n. Diese Koeffizienten sind Amplituden und gehören zur Kreisfrequenz $n\omega$ – sie bilden also quasi das Spektrum. Die Frage ist nun, wie sich diese Koeffizienten für ein beliebiges Signal bestimmen lassen. Für einige spezielle Funktionen lassen sich die Amplituden durch einfache Gesetze beschreiben. So kann eine Sägezahnkurve durch eine Summe von Sinusfunktionen mit $n \in \mathbb{N}$ gebildet werden:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \sin(n\omega \cdot t) \right) \tag{2}$$

wobei ω eine beliebige Grundfrequenz ist. Auch eine Rechteckkurve kann einfach erhalten werden, wenn nur ungerade Werte für n genommen werden.

Dieses Konzept kann man sehr schön akustisch illustrieren. Es existieren verschiedene Computerprogramme (*Software-Synthesizer*), mit welchen ein Spektrum sichtbar und hörbar gemacht werden kann[3].

Für eine beliebige, aber periodische Funktion können die Koeffizienten a_n und b_n durch folgende Integrale bestimmt werden:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos(n\omega \cdot t) \cdot dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \sin(n\omega \cdot t) \cdot dt \end{aligned} \tag{3}$$

mit $n \in \mathbb{N}$ (bei a_n auch noch $n = 0$) und $\omega = 2\pi/T$. Das Integral für die Koeffizienten a_n entspricht einer Cosinus- und für die b_n einer Sinus-Fourier-Transformation. Generell kann die allgemeine Fouriertransformation (komplexe Darstellung) unter

[3] z.B. Falstad: www.falstad.com bietet eine ganze Reihe von sehr nützlichen Java-Applets für den Unterricht.

Verwendung der Formel von Euler in eine Summe aus Sinus- und Cosinustransformation zerlegt werden.

Die Integrale (3) lassen sich qualitativ gut begründen, ohne die höhere Mathematik in aller Breite und Tiefe verwenden zu müssen. Im Prinzip kann das folgende Integral betrachtet werden:

$$c = \int_{x_1}^{x_2} f(x) \cdot g(x) \cdot dx \tag{4}$$

Werden nun verschiedene, spezielle Fälle betrachtet (z.B. $f(x) = g(x)$, $f(x) = \sin x$ und $g(x) = \cos x$, etc.), so lässt sich grob feststellen, dass der Wert von c davon abhängt, wie gut die Funktion $f(x)$ in die Funktion $g(x)$ passt (wie gut sich die Flächen zwischen Kurve und x-Achse überdecken). Ein anderer Weg führt über das Ausschreiben des Integrals (4) als Riemannsche Summe. Diese hat die Form eines Skalarprodukts. Die damit verbundene Verallgemeinerung der Begriffe Vektorraum und Orthogonalität passt gut zum Thema *unterschiedliche Sichtweisen*. Eine entsprechende Darstellung führt über die Verwendung von Listen, die man z.B. durch Abtasten einer Funktion erhält [Sbl98].

Die Integrale (3) können auch numerisch berechnet werden. Dies kann mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms geschehen (Tab.1). Dabei wird durch den Zeitraum $t = 0$ bis $t = T$ und durch den diskreten Frequenzraum $n\omega$ bis $N\omega$ eine Matrix aufgespannt.

Tab.1. Berechnungstabelle für eine Sinus-Fouriertransformation: Die Grundfrequenz sei ω.

t	$f(t) = f_k$	$n = 1$	$n = 2$	…	$n = \mathrm{N}$
$0 = t_0$	$f(0) = f_0$	$f_0 \sin(1\omega t_0)\Delta t$	$f_0 \sin(2\omega t_0)\Delta t$	…	$f_0 \sin(\mathrm{N}\omega t_0)\Delta t$
$\Delta t = t_1$	$f(\Delta t) = f_1$	$f_1 \sin(1\omega t_1)\Delta t$	$f_1 \sin(2\omega t_1)\Delta t$	…	$f_1 \sin(\mathrm{N}\omega t_1)\Delta t$
$2\Delta t = t_2$	$f(2\Delta t) = f_2$	$f_2 \sin(1\omega t_2)\Delta t$	$f_2 \sin(2\omega t_2)\Delta t$	…	$f_2 \sin(\mathrm{N}\omega t_2)\Delta t$
$3\Delta t = t_3$	$f(3\Delta t) = f_3$	$f_3 \sin(1\omega t_3)\Delta t$	$f_3 \sin(2\omega t_3)\Delta t$	…	…
$4\Delta t = t_4$	$f(4\Delta t) = f_4$	$f_4 \sin(1\omega t_4)\Delta t$	$f_4 \sin(2\omega t_4)\Delta t$	…	…
$5\Delta t = t_5$	$f(5\Delta t) = f_5$	$f_5 \sin(1\omega t_5)\Delta t$	$f_5 \sin(2\omega t_5)\Delta t$	…	…
$6\Delta t = t_6$	$f(6\Delta t) = f_6$	$f_6 \sin(1\omega t_6)\Delta t$	$f_6 \sin(2\omega t_6)\Delta t$	…	…
…	…	…	…	…	…
$k\Delta t = t_{\mathrm{k}}$	$f(k\Delta t) = f_k$	$f_k \sin(1\omega t_{\mathrm{k}})\Delta t$	$f_k \sin(2\omega t_{\mathrm{k}})\Delta t$	…	$f_{\mathrm{k}} \sin(\mathrm{N}\omega t_{\mathrm{k}})\Delta t$
…	…	…	…	…	…
$\mathrm{K}\Delta t$ $= T$	$f(\mathrm{K}\Delta t) = f_{\mathrm{K}}$ $= f(T)$	$f_{\mathrm{K}} \sin(1\omega T)\Delta t$	$f_{\mathrm{K}} \sin(2\omega T)\Delta t$	…	$f_{\mathrm{K}} \sin(\mathrm{N}\omega T)\Delta t$
		$b_1 = \frac{2}{T}\sum_{k=1}^{K} f_k \sin(1\omega t_k)\Delta t$	$b_2 = \frac{2}{T}\sum_{k=1}^{K} f_k \sin(2\omega t_k)\Delta t$	…	$b_{\mathrm{N}} = ...$

Die Implentierung der Tabelle erfordert genaues und konzentriertes Arbeiten und ist eine lehrreiche Erfahrung für die Schülerschaft. Das korrekte Funktionieren sollte anhand von Fourierreihen überprüft werden. Dabei kann als zu analysierende Funktion eine Sägezahnfunktion genommen werden. Die Amplituden im resultierenden Spektrum müssen dann dem Gesetzt (2) entsprechen.

Tabellenkalkulationsprogramme wie Gnumeric oder Excel verfügen über eine eingebaute FT. Auch gibt es Simulationsprogramme (z.B. Berkeley Madonna), welche eine gut einsetzbare FT bereitstellen. Die Nutzung dieser Werkzeuge ist im Unterricht sinnvoll, aber die vorgängige eigene Programmierung durch Schülerinnen und Schüler ist für das Verständnis sehr hilfreich und deshalb zu empfehlen.

Analyse und Darstellung von Daten mittels FT und Histogrammen

Die Einführung der FT macht nur Sinn, wenn diese auch an konkreten Beispielen angewendet werden kann. Eine mögliche Anwendung ergibt sich aus der Fragestellung heraus, wie Zufallszahlen generiert werden können oder wie chaotisches Verhalten charakterisiert werden kann. Für beide Bereiche kann das System des logistischen Wachstums genommen werden. Das logistische Wachstum wird durch die Differentialgleichung $\dot{N} = \alpha N - \beta N^2$ beschrieben, wobei die Lösungsfunktion $N(t)$ die Populationsgrösse beschreibt. Die Lösung kann durch ein einfaches Eulerverfahren numerisch mittels einer Berechnungstabelle angenähert werden. Dabei wird im Prinzip das folgende, rekursive Gesetz verwendet: $N_{k+1} = N_k + (\alpha - \beta N_k) N_k \cdot \Delta t$. Für hinreichend kleine Zeitschritte Δt (abhängig von den Parametern α und β) wird die analytische Lösung gut approximiert. Interessant wird das System allerdings, wenn die Schrittweite vergrössert wird. Zuerst werden exponentiell gedämpfte numerische Schwingungen sichtbar [Fai93], dann oszillieren die Stützstellen mit konstanter Amplitude hin und her (Fig.2). Werden noch grössere Zeitschritte genommen, bilden sich zunehmend chaotische Muster aus. In Fig.2 sind die Werte für N_k gegeben. Daneben sind die Histogramme für die Verteilung der Werte wiedergegeben. Bei einer exponentiell gedämpften numerischen Oszillation tritt der Gleichgewichtswert $N_{eq} = \alpha / \beta$ am häufigsten auf (in Fig.2 bei den Parameterwerten $\alpha = 20\ U^{-1}$ und $\beta = 2\ U^{-1}$). In die benachbarten Kategorien (Pivots) fallen die sich exponentiell dem Gleichgewichtsniveau nähernden Werte, wobei sich das Bild in Abhängigkeit der Kategorienbildung (Pivotbreite) etwas ändert. Bei Erhöhung der Werte auf $\alpha = 22\ U^{-1}$ (U für Zeiteinheit) und $\beta = 2.2\ U^{-1}$ verschwindet die exponentielle Dämpfung, entsprechend werden im Histogramm zwei Balken sichtbar, wobei die Werte für $N(t)$ zwischen zwei Extremen (Grenzen der Oszillation) hin und her pendeln. Bei weiterer Erhöhung von α und β wird eine Asymmetrie sichtbar, welche den quadratischen Hemmungsterm $-\beta N^2$ wiederspiegelt. Bei $\alpha = 30\ U^{-1}$ und $\beta = 3\ U^{-1}$ ergibt sich eine breite Verteilung, welche an den Rändern erhöht ist.

Die Aussagekraft von Histogrammen ist allerdings beschränkt. Da die Zeit als Ordnungsparameter im Histogramm nicht verwendet wird, können zeitliche Korrelationen nicht dargestellt werden. Ein Histogramm einer fein abgetasteten Sinus-Funktion zum Beispiel zeigt ein ähnliches Muster, wie dies mit wachsendem Wert von α und β erkennbar wird.

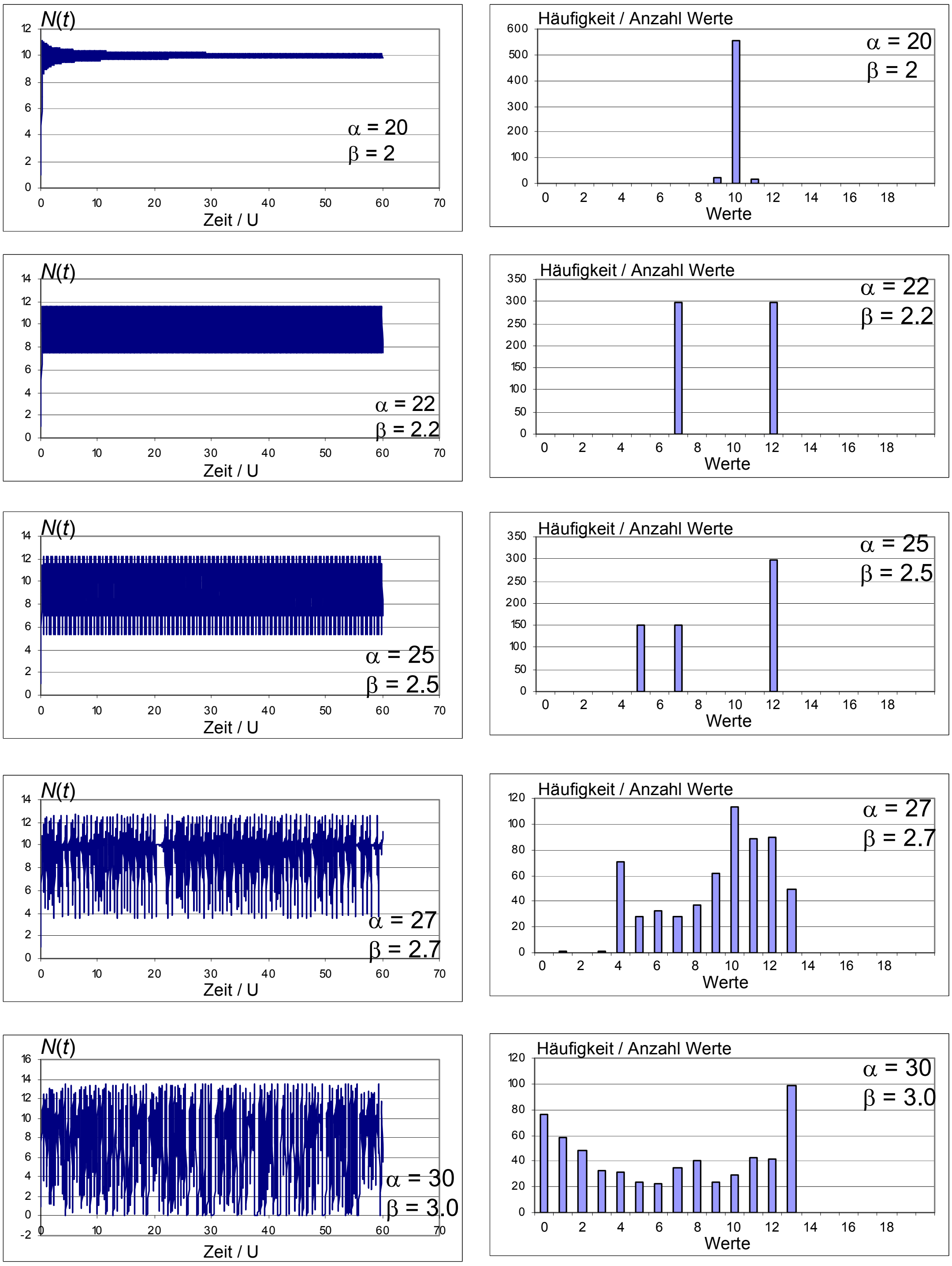


Fig.2. Zeitdiagramm und Histogramm numerischer Oszillationen bei der numerischen Berechnung des logistischen Wachstums: Parameterwerte sind bei den Diagrammen angegeben; Gerechnet mit Euler-Verfahren, $\Delta t = 0.1$ U.

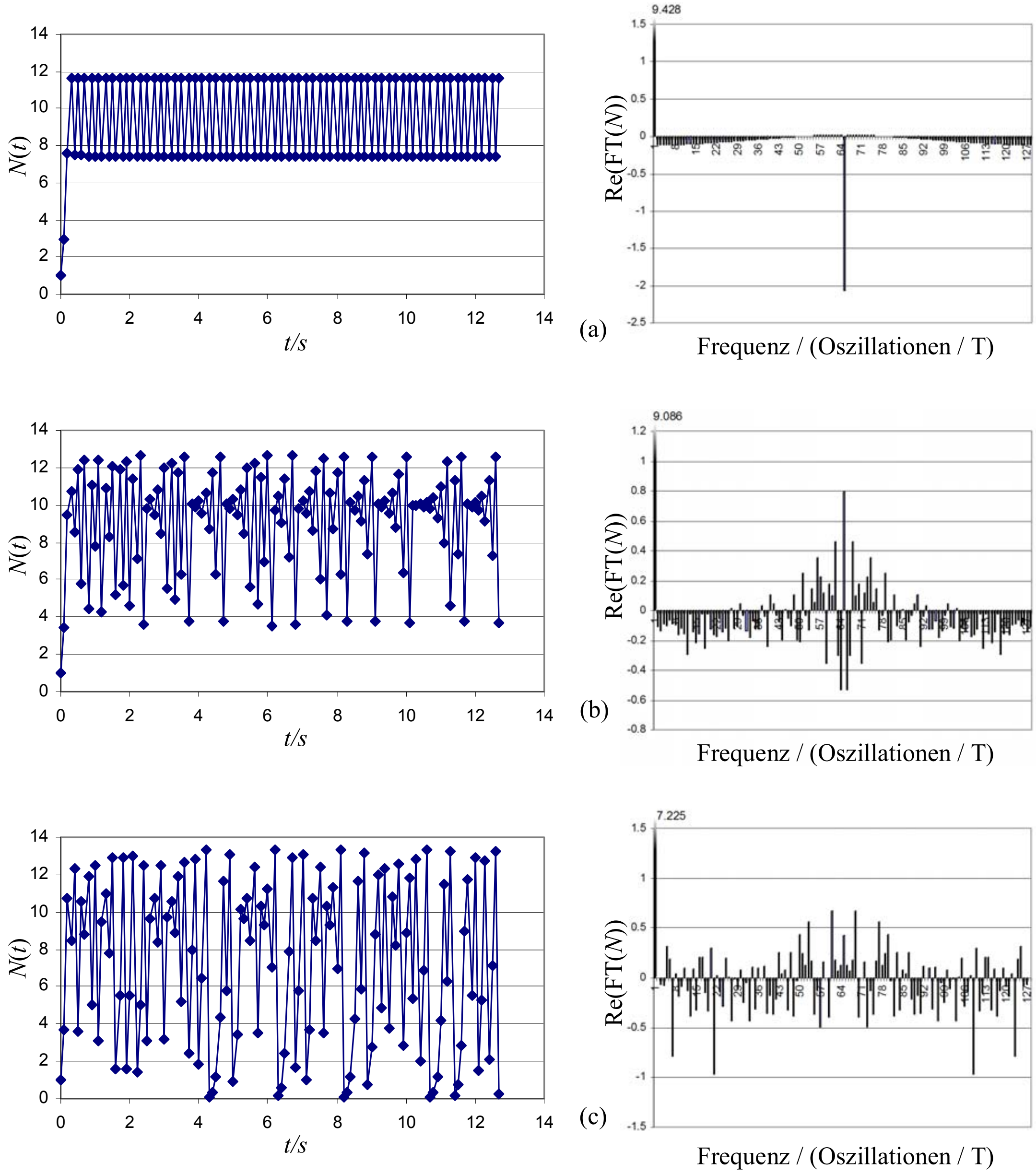


Fig.3. Zeitdiagramme und Realteil der Fouriertransformierten der numerischen Oszillationen beim logistischen Wachstum. Verwendete Parameter: (a) $\alpha = 2.2\ s^{-1}$, $\beta = 0.22\ s^{-1}$; (b) $\alpha = 2.7\ s^{-1}$, $\beta = 0.27\ s^{-1}$; (c) $\alpha = 3.0\ s^{-1}$, $\beta = 0.30\ s^{-1}$; $\Delta t = 0.1$ s; Die FT erfolgte über 128 Werte (12.7 s), die Frequenz wird als Anzahl Oszillationen pro 128 Werte (=T) angegeben. Es wurde für die numerischen Berechnungen Gnumeric verwendet.

Hier hat die Fouriertransformation einen Vorteil: Ein chaotisches Signal (Rauschen) besitzt ein charakteristisches Spektrum, in welchem alle Frequenzen deutlich vertreten sind (beim weissen Rauschen mit gleichen Amplituden).

In Fig.3 sind die Realteile der Fouriertransformierten von $N(t)$ (entspricht der cos-FT) für das System des logistischen Wachstums gezeigt. Bei der Frequenz 0 Oszillationen / T entspricht die Amplitude (Zahl oberhalb des Balkens, entspricht dem Term a_0 in Formel (1)) dem arithmetischen Mittel der Werte für $N(t)$, welcher mit grösser werdenden Werten von α und β zunehmend unterhalb von N_{eq} (=10) liegt (wegen dem quadratische Dämpfungsterm $-\beta N^2$). Bei Fig.3a ist ein deutlicher Ausschlag der Amplitude bei 64 Oszillationen pro 128 Werte zu beobachten, was exakt dem Zeitdiagramm entspricht (ausgenommen der initiale Anstieg). Mit grösser werdenden Werten von α und β lässt sich im Realteil der Fourietransformierten erkennen, wie bei immer mehr Frequenzen die Amplituden anwachsen. Die negativen Ausschäge entstehen, weil sich $N(t)$ nicht rein aus cos-Funktionen zusammen setzt (Bei der Bildung des Betragsquadrates der Fouriertransformierten würden natürlich nur positive Werte auftreten). Der Übergang zum Chaos wird durch eine spektrale Verbreiterung sichtbar. Eine in kleinen Schritten abgetastete periodische Funktion würde hingegen ein diskretes Spektrum zeigen.

Diskussion und Ausblick

In diesem Beitrag geht es nicht darum, neue Methoden vorzustellen oder die Mathematik weiter zu entwickeln. Vielmehr werden hier Verfahren gezeigt, welche in dieser Form im Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik, sowie im Ergänzungsfach Anwendungen der Mathematik umgesetzt wurden. Auch wenn eine mathematisch umfassende Behandlung des Themas ausserhalb der Reichweite des Mittelschulunterrichts liegt, kann doch die FT als Methode zur Exploration von Daten eingesetzt werden. Dabei kann diese Exploration als kreativer Prozess gesehen werden, bei dem Schülerinnen und Schüler verschiedene mathematische Verfahren ausprobieren und daraus Aussagen über Daten oder sogar über ein System ableiten. Insbesondere chaotische Systeme werden so einer Charakterisierung zugänglich. Auch lässt sich mit Histogrammen und FT die Güte eines Zufallsgenerators beurteilen.

Literatur

[Buz04] Buzug, T. M.: Einführung in die Computertomographie – mathematisch-physikalische Grundlagen der Bildrekonstruktion. Springer, Berlin, 2004.

[Fai93] Faires, J. D., Burden, R. L. : Numerical Methods. PWS – Publishing Company, Boston, 1993.

[Sbl98] Schneebeli, H.R., Vollmer, H.R.: Skalarprodukte – Schwingungen – Signale. Sabe Zürich, 1998. online unter www.swisseduc.ch/mathematik/Schwingungen

Carl Schick: «Weiche Primzahlen und das 257-Eck» – Eine analytische Lösung des 257-Ecks, vi+166 Seiten, ISBN 978-3-9522917-1-9, Eigenverlag, Zürich 2008, Ackermannstr. 25, 8044 Zürich, <carlschickv@gmail.com>

Das Buch stellt eine Weiterentwicklung einer früheren vom Verfasser veröffentlichten Theorie dar, die auf einer interessanten "Spektral-Theorie" beruht, wonach die damit untersuchten Zahlen in zwei Gruppen zerfallen: Dabei ist jeder "harten" Primzahl eine sich periodisch wiederholende Zahlenfolge, also ein einziges Spektrum, zugeordnet, wohingegen sich aus den "weichen" Primzahlen mindestens je zwei Spektren ergeben. Während die harten Primzahlen mit Hilfe von Schicks 'pes'-Funktion leicht als prim zu erkennen sind, lassen sich die weichen Primzahlen nicht so leicht von den zusammengesetzten "Pseudoprimzahlen" unterscheiden. Dieser Algorithmus ist auch auf zusammengesetzte Zahlen anwendbar. Die "weichen" Zahlen weisen bemerkenswerte Eigenschaften auf, und zwar auch im Zusammenhang mit Summen von trigonometrischen Sinus-Funktionen. Der Mathematiklehrer könnte daraus Themen für Matura- bzw. Semesterarbeiten vorbereiten.

In verschiedenen Kapiteln dieses Buches werden solche Eigenschaften durch zahlreiche Beispiele illustriert. Da die Fermat'schen Zahlen 17 und 257 "weich" sind, können die entsprechenden Polygone mit Hilfe weiterer in diesem Buch angegebener Theorien analytisch behandelt werden, insbesondere weil sie auf eindeutigen Sinus-Funktionen (sin(-a) = - sin(a)) beruhen. Im Gegensatz dazu beziehen sich die "à la Gauss"-Methoden auf Kosinus-Werte (cos(-a) = cos(a)). – Die Lektüre des früheren Werkes des Autors, «Trigonometrie und unterhaltsame Zahlentheorie», wäre selbstverständlich zu empfehlen (Eigenverlag, Zürich 2003, x+206 Seiten, ISBN 3-9522917-0-6). Das vorliegende Buch ist jedoch auch für Ingenieure ohne diese Lektüre leicht verständlich.

Dr. F. Casal (Jona)

Monika Noack, Robert Geretschläger, Hansjürg Stocker (Hrsg.)

Mathe mit dem Känguru

184 Seiten, flexibler Einband
Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag 2008

ISBN 978-3-446-41647-5, CHF 23.80

Was – Sie kennen «Känguru» noch nicht ?!

Bereits 6mal wurde dieser Mathematik-Wettbewerb in der Schweiz durchgeführt. Im Frühling 2008 haben fast eine Million Schülerinnen und Schüler aus Deutschland, Österreich und der Schweiz daran teilgenommen.

Das Kernstück dieses Wettbewerbs sind die abwechslungsreichen, witzigen, gelegentlich auch kniffligen Multiple-Choice-Aufgaben, deren attraktivsten der drei vergangenen Jahre in einem zweiten Sammelband vereinigt sind.

Echos du Congrès pluraliste des sciences

organisé par l'Union des professeurs belges
de physique, chimie, biologie et géographie, à Mons en Belgique.

Je suis allé, du 26 au 28 août 2008, au congrès pluraliste des sciences sur le thème d: «Sciences… Passion – enseigner pour motiver». L'ambiance y était sympathique et bon enfant, mais nous avons tout de même abordé des thèmes importants et difficiles, notamment durant la conférence inaugurale intitulée «Pertinence et partage des savoirs: quelques paradoxes de la concurrence cognitive» magistralement assurée par Bertrand Labasse du CECP/CNDI de Lyon. Durant cette dernière, l'accent a été mis sur un point essentiel qui interpelle les enseignants: «jusqu'où sommes-nous d'accord d'aller» pour faire en sorte que les élèves apprécient nos cours, en particulier les cours de sciences? C'est une question difficile que chaque professeur doit au-moins une fois se poser. En effet, l'école souffre d'une concurrence extrêmement forte avec toutes les activités extrascolaires et les divertissements mis à la disposition des jeunes. Auparavant, l'intérêt pour l'école allait de soi, comme une évidence collective, et les étudiants participaient volontiers aux cours. Mais de nos jours cette situation n'est plus aussi évidente. La question de savoir comment rendre son cours plus attrayant devient alors cruciale. Mais y a-t-il des limites? Devant le rouleau compresseur du multimédia, l'arrivée prochaine de la cyber-réalité accessible à tous et l'apparition d'une société de consommation réfractaire à l'effort, devons nous adhérer et proposer nous aussi des solutions de ce type? Je ne pense pas qu'il faille aller aussi loin, mais chacun doit tout de même y songer. Notre société, qui pousse à la surconsommation passive doit à mon avis être compensée par ce qui se passe à l'intérieur de l'école.

Une autre chose a été mise en évidence: le rapport entre la science et la société elle-même. Deux perspectives peuvent être dégagées: premièrement, la science est intrinsèquement liée à notre mode de vie, et deuxièmement la société maltraite et dénigre le monde de la science. Ces deux aspects, qui semblent pourtant contradictoires, existent simultanément de nos jours. En effet, les gens ont peur de la science et des possibles conséquences de sa pratique. Un exemple édifiant est apparu ces derniers mois avec la mise en route du LHC au CERN engendrant une crainte irraisonnée de disparation dans un trou noir parmi la population mondiale. Historiquement, les chercheurs et les savants ont travaillé d'arrache pied pour réaliser le monde d'aujourd'hui. Ils ont découvert l'électricité, étudié les phénomènes thermiques et maîtrisé la radioactivité. Si personne n'avait développé cette dernière branche de la physique si controversée, beaucoup de traitements du cancer et de méthodes d'imagerie médicales actuels n'existeraient pas! Si on n'avait pas étudié l'électricité, par crainte d'applications telles que la chaise électrique, notre monde en serait complètement modifié. On pourrait donner une multitude d'exemples similaires qui prouvent l'implication très grande de la science dans notre monde actuel! D'un autre côté, il est presque naturel et politiquement correct de se dire «inculte en science». Combien de personnes se sont targuées de ne pas comprendre les mathématiques, tout en accédant de ce fait à un statut plutôt agréable. En serait-il de même si l'on affirme ne rien comprendre à la musique classique ou aux grands auteurs littéraires classiques? Finalement, pour nos élèves, c'est pareil ! Quoi de plus logique de ne rien comprendre aux mathématiques et aux sciences. Ce n'est plus une honte, mais plutôt l'acte de foi qui permet d'accéder à une certaine reconnaissance. Pourtant, avancer publiquement son ignorance dans le but d'améliorer sa situation sociale est une abomination culturelle.

Voilà une situation bien singulière à laquelle le professeur doit faire face. Il doit néanmoins rendre des comptes et satisfaire son cahier des charges. Il essaie ainsi de trouver des moyens didactiques et pédagogiques qui permettent de contrer cette mauvaise image des sciences… mais jusqu'où peut-il aller pour y parvenir…?

Stéphane Davet, membre de la CRP

Echos des 56 journées nationales de l'UdPPC

Rouen 27 – 29 octobre 2008

A l'invitation de l'Association des professeurs de physique-chimie de France je me suis rendu à Rouen pour partager avec les trois cents collègues français présents les soucis de l'enseignement des sciences et m'informer sur l'état actuel de certaines recherches en sciences expérimentales et appliquées. Je retiens trois éléments que je juge intéressants à vous transmettre.

1. Préoccupation de l'enseignement des sciences en France. Comme dans beaucoup de pays européens, il se fait jour une désaffection pour les études scientifiques après le lycée. La physique et la chimie sont particulièrement touchées, un peu moins la biologie. Les collègues français se préoccupent de repenser l'enseignement des sciences dans le secondaire, de réduire la distance entre sciences et société tout en maintenant un niveau de formation scientifique élevé chez les professeurs. C'est ainsi qu'ils militent pour des sciences précoces à l'école (genre l'opération la main à la pâte), se battent pour des TP au secondaire et pour un parcours plus scientifique et moins généraliste pour les lycéens. Ils insistent sur la spécialisation des professeurs en France – chimie-physique, par tradition – et bien séparées des sciences de la vie et de la terre. Ils soutiennent toutes sortes d'initiatives publiques à visée scientifique comme des cafés scientifiques, des festivals science et jeunesse, et des campagnes de recrutement aussi bien pour les études de sciences pures qu'appliquées (campagne dans 8 ans je serai ingénieur. p. ex.)

2. Le rôle du scientifique face aux risques industriels majeurs. Olivier Clavaud, docteur en chimie, a présenté l'évolution de son rôle dans une société pétrochimique (Chevron France pour ne pas la nommer). Il s'occupe d'un site proche de Rouen où la société pour laquelle il travaille fait des recherches sur des additifs pour moteurs. Pour donner une idée de l'ampleur cette société, signalons que son chiffre d'affaire en France est de 50 millions d'euros par an. En 1975, son rôle consiste à évaluer les risques de pollution chimique de l'eau et du sol. En 1985, l'air est aussi pris en compte. En 1995 même les nuisances olfactives sont à traiter. Ce qui était socialement acceptable en 1975 devient insupportable en 1995. En 2003, la société prend conscience du fait que le traitement des nuisances est aussi important que la production. Actuellement il a mis en place une équipe de veille olfactive par des personnes volontaires autour du site de production qui se révèlent plus performante que les capteurs sophistiqués qu'il avait contribué à mettre en place au début du traitement en 1997. Il en ressort que le métier du scientifique appliqué a de plus en plus à prendre en compte la perception des usagers et que son travail prend de plus en plus un caractère social. Cette dimension de la formation du scientifique qui ne s'enferme pas dans sa tour d'ivoire pourrait attirer des jeunes vers des carrières scientifiques.

3. Les liens entre recherche scientifique et nature. Elisabeth Seguin, professeure de pharmacologie à l'Université de Rennes, a présenté elle, l'intérêt de se pencher sur les médecines traditionnelles et l'usage des substances actives naturelles pour leurs applications médicales. Après un survol historique de – 1600 en passant par Dioscoride (-60), Linné et Lavoisier (18e) elle a ciblé sa démonstration sur la morphine (principe actif isolé par Serturner 1805) et ses applications jusqu'à aujourd'hui: des antitussifs (comme la codéine) jusqu'aux antiparkinsoniens (comme l'apomorphine) et sur la vinblastine à partir des médecines traditionnelles de Madagascar, qui en travaillant sur les principes actifs permet de développer des anticancéreux. (Taxotere). Il y a donc toujours de l'avenir à s'intéresser à la nature par exemple, il existe 250'000 espèces de végétaux supérieurs dont seulement 10% sont étudiés du point de vue phytoclinique. Aux amoureux de la nature de prolonger ces recherches. Voici encore une bonne raison d'intéresser les jeunes à la science. Finalement je me plais à souligner l'excellente organisation (horaires tenus, lisibilité de l'information, engagement et disponibilité des collègues bénévoles et des conférenciers, richesse des informations) qui met en valeur une collaboration serrée entre les Universités, les instituts de recherche et l'enseignement secondaire supérieur.

J-D Monod président de la CRP

L'article ci-dessous a été publié dans sa version originale en allemand dans le Bulletin 108 d'octobre dernier. Sa lecture étant à la portée d'élèves intéressés, j'ai incité à sa traduction de sorte que les jeunes romands puissent suivre cette réflexion subtile et imagée. Je tiens à remercier ici mes collègues Christine Jacob (Freies Gymnasium Zürich) pour sa traduction et Jean-Marc Ledermann (Lycée Denis-de-Rougemont) pour la rédaction finale.

Hansjürg Stocker, président de la DMK

Une perle de l'analyse pluridimensionnelle

Meike Akveld, MNG Rämibühl, Zurich

C'est par hasard que je suis tombée sur la vidéo Marston Morse in «Pits, Peaks & Passes» Part 1 & 2 de la MAA[1]. Marston Morse (1892-1977) y montre lui-même comment il est possible de prouver de manière élémentaire que sur une île (dotée d'une seule ligne côtière), la relation suivante s'avère correcte.

$$M_0 - M_1 + M_2 = 1 \qquad (1)$$

où M_0 représente le nombre de sommets (peaks), M_1 le nombre de cols (passes) et M_2 le nombre de dépressions (pits).

Avant d'examiner les détails techniques, j'aimerais montrer quelques exemples et présenter la preuve – très simple – telle que je l'ai vue pour la première fois sur la vidéo de Marston Morse; celle-ci m'a convaincue à tel point que j'ai demandé à Thomas Vontobel, enseignant d'arts visuels dans mon établissement, de reproduire ce modèle, un grand merci !

L'exemple le plus simple est constitué par une île pourvue d'une seule montagne. L'île a donc un sommet ($M_0 = 1$), mais ne présente aucun col ($M_1 = 0$) ni dépression ($M_2 = 0$), comme le montre l'illustration 1 (gauche). Dans ce cas, l'équation (1) qui s'écrit $1 - 0 + 0 = 1$, est vérifiée.

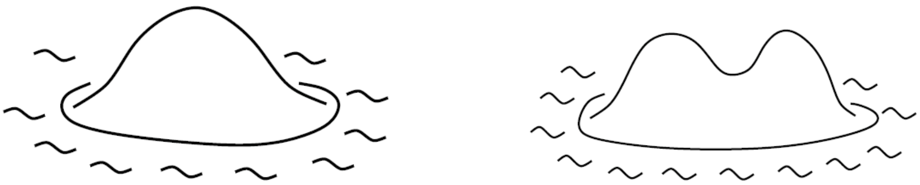


Illustration 1 : une montagne (à gauche) et deux sommets et un col (à droite).

L'île située à droite de l'illustration 1 présente un exemple un peu plus complexe, elle possède deux montagnes et un col. $M_0 = 2$, $M_1 = 1$, $M_2 = 0$, donc $2 - 1 + 0 = 1$ qui vérifie une fois encore l'équation (1). Je vous laisse continuer l'expérience !

[1] Mathematical Association of America

Preuve

La preuve repose sur l'idée suivante. Imaginez-vous l'île sous forme de modèle, avec un petit trou dans chaque sommet. Retournez ensuite l'île, de manière à visualiser un bassin, comme le montre l'illustration 2. Nous pouvons sans autre supposer que toutes les dépressions, tous les cols et tous les sommets présentent différentes hauteurs.

Illustration 2 : une île, à l'endroit et retournée.

Vous remarquez que les dépressions se sont transformées en sommets et inversement, alors que les cols restent des cols. Bien que M_0 et M_1 soient inversés, l'équation (1) reste valable.

Si nous plongeons ensuite lentement notre modèle dans l'eau, de petits lacs se forment. Au fur et à mesure que l'eau monte, ceux-ci se retrouvent reliés. A la fin, il nous reste un seul lac et une seule ligne côtière, lesquels constituent désormais les seules données fondamentales – voir l'illustration 3.

Illustration 3 : le niveau de l'eau monte

Observons tout d'abord le nombre de lacs. Au début, il n'y a pas de lac. Chaque fois que le niveau de l'eau dépasse une nouvelle dépression (laquelle était originairement un sommet), un nouveau lac se crée – voir l'illustration 4. Ceci se produit en tout M_0 fois.

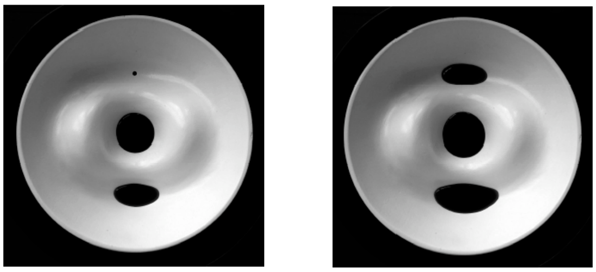


Illustration 4 : un nouveau lac se forme (en haut)

Pour les cols, c'est un peu plus compliqué. Soit deux lacs se rejoignent et le nombre de lac se réduit de un – voir l'illustration 5 – , soit un lac se rejoint lui-même, ce qui ne joue aucun rôle sur le nombre total de lacs – voir l'illustration 6.

Nous devons donc distinguer deux types de cols.

- M^- = nombre de cols suite à la transformation desquels le nombre de lacs se réduit de un.
- M^+ = nombre de cols suite à la transformation desquels le nombre de lacs reste constant.

Vous remarquez que le nombre total des cols se compose uniquement de ces deux types, soit

$$M_1 = M^- + M^+ \tag{2}$$

Pour simplifier, nous en restons à la définition de départ, selon laquelle M_0 représente le nombre de sommets et M_2 le nombre de dépressions dans le modèle original. Étant donné qu'un nouveau lac se forme M_0 fois, qu'un lac disparaît M^- fois, et qu'à la fin il ne subsiste qu'un seul lac, la relation suivante est alors satisfaite.

$$M_0 - M^- = 1 \tag{3}$$

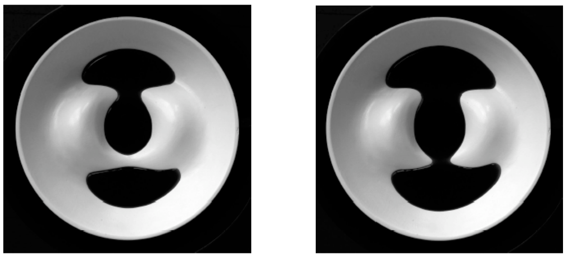


Illustration 5 : deux lacs se rejoignent ou col de type M^-

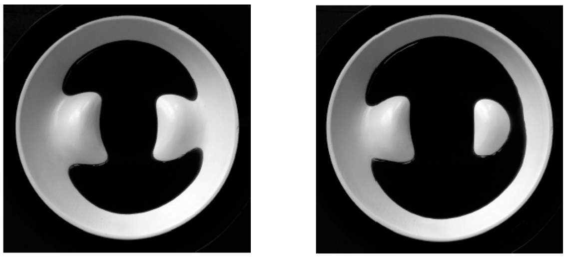


Illustration 6 : un lac se rejoint lui-même ou col de type M^+

Qu'advient-il de la ligne côtière ? Chaque fois que le niveau de l'eau remplit une dépression, un nouveau lac se forme et nous obtenons donc une ligne côtière supplémentaire – voir l'illustration 4.

Lorsque l'eau dépasse un col, deux phénomènes peuvent se produire : deux lacs se rejoignent, ce qui réduit le nombre de lignes côtières de un – voir l'illustration 5 – , ou un lac se rejoint lui-même et forme ainsi un anneau, ce qui conduit à augmenter le nombre de lignes côtières de un – voir l'illustration 6.

Finalement, chaque fois que l'eau passe au-dessus d'un sommet (à l'origine une dépression), une ligne côtière disparaît – voir l'illustration 7.

Illustration 7 : un sommet disparaît

À la fin, nous avons encore une ligne côtière. Nous pouvons résumer le tout de la manière suivante.

$$M_0 - M^- + M^+ - M_2 = 1 \qquad (4)$$

La preuve est bientôt terminée.

$$\begin{array}{rll} 2 \text{ x} & M_0 - M^- \qquad\qquad = 1 & (3) \\ - & \underline{M_0 - M^- + M^+ - M_2 = 1} & (4) \\ & M_0 - M^- - M^+ + M_2 = 1 & \end{array}$$

que nous transformons en

$$M_0 - (M^- + M^+) + M_2 = 1$$

ce qui, à l'aide de l'équation (2) équivaut à

$$M_0 - M_1 + M_2 = 1$$

C.Q.F.D.

Arrière-plan

Marston Morse, le petit-fils intellectuel d'Henri Poincaré, est connu pour ses travaux en matière de géométrie différentielle. La «Théorie de Morse» propose une passerelle entre la théorie des points critiques (analyse) et la topologie des variétés. Dans notre exemple les points critiques correspondent exactement aux lacs, cols et sommets. L'hypothèse selon laquelle, quelle que soit la forme de l'île, la relation (1) est valable, est vérifiée. Autrement dit, nous pouvons déformer l'île autant que nous le désirons, l'équation reste valable – un principe topologique. L'hypothèse peut également être inversée, quoi que nous choisissions pour M_0, M_1 et M_2, aussi longtemps que $M_1 \geq 1$ et que l'équation est vérifiée, nous pouvons construire une île avec le nombre désiré de dépressions, cols et sommets (exercice !). Une conséquence directe est que sur terre, une équation semblable est prouvée, à savoir

$$M_0 - M_1 + M_2 = 2$$

Le 2 doit être identifié comme le 2 du théorème d'Euler relatif aux polyèdres.

Détails techniques

Il est nécessaire de prendre quelques précautions. Qu'en est-il d'une île présentant un plateau ou que faire des vallées latérales? Le théorème n'est plus applicable. Le problème est que nos points critiques sont ici non dégénérés. Sans vouloir entrer en matière sur ce concept, nous pouvons facilement trouver une solution, faites légèrement pencher l'île et vous retrouverez les sommets et les dépressions – sauvés!

Référence

Marston Morse in "Pits, Peaks & Passes" Part 1&2, Video of the Mathematical Association of America, 1529 Eighteenth Street N.W., Washington D.C. 20036.

Meike Akveld, akveld@math.ethz.ch

Fédor Mikhaïlovitch Dostoïevski
(1821-1881)

Le joueur de Dostoïevski

Didier Müller, Lycée cantonal de Porrentruy

Le joueur, écrit hâtivement en 1866 par *Dostoïevski*, alors qu'il avait d'impérieux besoins d'argent et qu'il était, à cette époque, lui-même pris par la passion du jeu, décrit les affres et les comportements d'un joueur à la roulette.

Résumé

Un jeune précepteur, Alexeï Ivanovitch, au service d'un général à la retraite et de sa famille, arrive en Allemagne à Roulettenbourg, ville d'eaux et de distractions pour la haute société. Là, il revoit Pauline Alexandrovna, la belle-fille, veuve, du général, et dont il est désespérément amoureux. Celle-ci lui demande de jouer à la roulette pour résorber ses dettes ; mais, très vite, il y prendra goût et jouera pour lui...

Trois extraits ont été tirés du livre. Tous contiennent des affirmations sur les probabilités qui sont soulignées dans le texte. Il est intéressant d'analyser ces passages en classe avec les élèves.

Chapitre IV (extrait)

On s'écrasait dans les salles de jeu. Comme ils sont insolents, tous, et avides ! J'ai fendu la foule et me suis placé à côté du croupier ; puis j'ai commencé timidement, en ne risquant que deux ou trois pièces à la fois. Pendant ce temps, j'observais et faisais des remarques ; il me semble que tous ces calculs ne signifient pas grand-chose et qu'ils n'ont pas l'importance que leur attribuent beaucoup de joueurs. Ils sont assis là avec des feuilles couvertes de chiffres, ils notent les coups, comptent, supputent les chances, font une dernière opération, misent enfin... et perdent, tout comme les simples mortels qui jouent sans calculer. Par contre, j'ai tiré une conclusion qui semble juste : de fait, dans la succession des chances fortuites, il y a, sinon un système, du moins une sorte d'ordre ; c'est évidemment très étrange. Par exemple, il arrive qu'après les douze chiffres du milieu sortent les douze derniers chiffres; deux fois, mettons, le coup porte sur ces douze derniers chiffres et passe aux douze premiers. Une fois qu'il est tombé sur les douze premiers, il revient sur les douze du milieu ; trois, quatre fois de suite, les chiffres du milieu sortent, puis ce sont de nouveau les douze derniers ; après deux tours, on retombe sur les premiers, qui ne sortent qu'une fois, et les chiffres du milieu sortent trois fois de suite ; cela continue ainsi pendant une heure et demie ou deux heures. Un, trois et deux ; un, trois et deux. C'est très curieux. Tel après-midi ou tel matin, le *noir* alterne avec le *rouge*, presque sans ordre et à tout instant ; chaque couleur ne sort que deux ou trois fois de suite. Le lendemain ou le soir, le *rouge* seul sort, par exemple jusqu'à vingt-deux fois de suite[1] et cela continue ainsi quelque temps, quelquefois une journée entière. Je dois une bonne part de ces observations à Mr. Astley qui passe toute la matinée près des tables de jeu mais ne mise jamais.

Pour revenir à moi, j'ai tout perdu jusqu'au dernier sou et en fort peu de temps. J'ai d'abord mis vingt frédérics sur *pair* et j'ai gagné[2] ; je les ai remis et ai gagné encore ; ainsi deux ou trois fois. Je crois que la somme que j'avais en main est montée à quatre cents frédérics en quelque cinq minutes. À ce moment-là j'aurais dû partir, mais une sensation étrange a pris naissance en moi : une envie de provoquer le destin, de lui donner une chiquenaude, de lui tirer la langue. J'ai risqué la plus grosse mise autorisée : quatre mille florins, et j'ai perdu. Ensuite, m'échauffant, j'ai sorti tout ce qui me restait, l'ai placé comme la fois précédente et j'ai de nouveau perdu ; alors, j'ai quitté la table, abasourdi.

[1] Quelle est la probabilité que le *rouge* sorte 22 fois de suite ?

[2] Quelle est la probabilité de gagner en misant sur *pair* ?

Chapitre X (extrait)

J'expliquai de mon mieux à la grand-mère le sens des innombrables combinaisons d'enjeux : le *rouge* et *noir*, *pair* et *impair*, *manque* et *passe* et, enfin, quelques nuances dans le système des numéros. La vieille dame m'écoutait avec attention, retenait, posait de nouvelles questions et s'instruisait. On pouvait lui fournir un exemple immédiat de chaque système de mises, de sorte que la leçon se retenait aisément. La grand-mère fut très contente.

- Et que signifie *zéro* ? Le croupier principal, là-bas, qui a des cheveux crépus, vient de crier *zéro*. Et pourquoi a-t-il ramassé tout ce qu'il y avait sur la table ? Tout ce tas, il l'a pris pour lui ! Qu'est-ce que cela veut dire ?

- *Zéro*, grand-mère, c'est le profit de la banque[3]. Si la bille tombe sur *zéro*, tout ce qui est sur la table appartient à la banque sans distinction. À vrai dire, on fait encore un tour pour être quitte, mais la banque ne paye rien.

[3] Expliquez ce terme.

- Ça, par exemple ! Et je ne reçois rien !

- Non ; si vous avez misé auparavant sur *zéro* et qu'il sort, on vous paye trente-cinq fois votre mise. Comment, trente-cinq fois ! Et il sort souvent ? Pourquoi ces imbéciles ne misent-ils pas dessus ?

- Parce qu'il y a trente-six chances contre[4], grand-mère.

[4] Est-ce exact ?

- Quelle absurdité! Potapytch ! Potapytch ! Attends, j'ai de l'argent sur moi... voilà ! Elle sortit de sa poche une bourse gonflée et y prit un frédéric. Tiens, mets cela tout de suite sur *zéro*.

- Grand-mère, le *zéro* vient de sortir, lui dis-je, donc[5] il ne sortira plus d'ici longtemps. Vous risquez trop ; attendez un peu.

[5] Ce « donc » est-il correct ?

- Non, tu dis des bêtises, place cela !

- Permettez, il ne sortira peut-être pas avant ce soir, même si vous misiez mille fois[6] ; cela s'est vu.

[6] Quelle est la probabilité que le *zéro* ne sorte pas pendant 1000 coups ?

- Des bêtises, des bêtises, qui a peur du loup ne va pas au bois. Quoi ? tu as perdu ? Mets encore !

Nous perdîmes aussi le second frédéric ; nous en mîmes un troisième. La grand-mère tenait à peine en place ; elle couvait de ses yeux brillants la bille qui bondissait entre les cases du plateau tournant. Nous perdîmes le troisième frédéric. La grand-mère était hors d'elle ; elle ne pouvait rester tranquille et frappa même du poing sur la table, quand le croupier annonça trente-six au lieu du *zéro* attendu.

- Allons bon ! se fâcha la grand-mère, ce maudit *zéro* va-t-il sortir bientôt ? Je veux bien être pendue, si je ne reste pas jusqu'à ce que le *zéro* sorte ! C'est la faute de ce fripon de croupier frisé, avec lui, il ne sort jamais ! Alexis Ivanovitch, mets deux pièces d'un coup ! Tu mises si peu que si le *zéro* sort on ne gagnera rien.

- Grand-mère !

- Mise, mise ! Ce n'est pas ton argent.

Je plaçai deux frédérics. La bille roula un long moment sur le plateau et enfin, se mit à sauter par-dessus les cases. La grand-mère défaillit et me serra le bras et, soudain, toc !

- *Zéro* ! proclama le croupier.

- Tu vois, tu vois! dit la grand-mère en se tournant vivement vers moi. Je t'avais bien dit, je t'avais bien dit ! C'est le Seigneur lui-même qui m'a suggéré de mettre deux pièces d'or ! Combien vais-je recevoir maintenant ? Pourquoi ne payent-ils pas ? Potapytch, Marfa, où sont-ils donc ? Et tous les nôtres, où sont-ils partis ? Potapytch, Potapytch !

- Tout à l'heure, grand-mère, lui murmurai-je. Potapytch est à la porte, on ne le laissera pas entrer ici. Regardez, grand-mère on vous paie, prenez !

On jeta à la grand-mère un pesant rouleau de cinquante frédérics, cachetés dans du papier bleu foncé, et on lui compta en plus vingt frédérics non enveloppés. Je ramenai tout cela devant la grand-mère avec un râteau.

- *Faites le jeu, Messieurs ! Faites le jeu, Messieurs ! Rien ne va plus !* cria le croupier, invitant à miser et s'apprêtant à lancer la bille.

- Seigneur, nous sommes en retard ! Ils vont commencer tout de suite ! Mets, mets ! s'agita la grand-mère, vite, ne perds pas de temps, dit-elle, hors d'elle, en me donnant de violents coups de coude.

- Mais où, grand-mère ?

- Sur le *zéro* ! sur le *zéro* ! Encore sur le *zéro* ! Mets le plus possible ! Combien avons-nous en tout ? Soixante-dix frédérics ? Inutile de lésiner, mets-en vingt d'un coup !

- Grand-mère, soyez raisonnable ! Il reste parfois deux cents tours sans sortir[7] ! Je vous en conjure, vous allez y laisser tout votre argent !

- Des bêtises, des bêtises, mets vite ! voilà le marteau qui frappe ! Je sais ce que je fais, dit la grand-mère qui tremblait d'énervement.

- Le règlement interdit de mettre plus de douze frédérics sur le *zéro*. Voilà, je les ai mis.

- Comment cela ? Est-ce bien vrai ? *Moussié ! Moussié !* dit-elle en poussant du coude le croupier assis à sa gauche et qui s'apprêtait à lancer la bille *: Combien zéro ? douze ? douze ?*

Je me hâtai d'expliquer la question en français.

- *Oui, Madame,* répondit poliment le croupier, de même qu'aucun enjeu individuel ne doit dépasser quatre mille florins ; c'est le règlement, ajouta-t-il en guise d'éclaircissement.

- Bon, rien à faire, alors, mets-en douze.

- *Le jeu est fait* ! cria le croupier. Le plateau tourna, et ce fut le treize qui sortit. Nous avions perdu !

- Encore ! Encore ! Mise encore ! criait la grand-mère. Cette fois, je ne lui opposai plus aucune résistance et, haussant les épaules, je plaçai encore douze frédérics. Le plateau tourna longtemps. La grand-mère tremblait en le suivant des yeux. « Est-ce qu'elle croit vraiment que le *zéro* va encore gagner ? » me dis-je en la regardant avec étonnement. Sur son visage brillait la conviction absolue de gagner, l'espérance ferme d'entendre à l'instant crier : *zéro* ! La bille sauta dans une case.

- *Zéro* ! cria le croupier.

- Eh bien ! dit la grand-mère en se tournant vers moi d'un air triomphant et agressif.

J'étais un joueur : je le sentis à cet instant précis. Mes bras et mes jambes tremblaient, mes tempes battaient. Évidemment, il était rare que sur une dizaine de coups le *zéro* sortît trois fois[8] ; mais il n'y avait là rien de particulièrement étonnant. J'avais moi-même, l'avant-veille, vu le *zéro* sortir trois fois de suite[9] et, à cette occasion, l'un des joueurs, qui avait inscrit avec application les coups sur une feuille de papier, avait fait remarquer à haute voix que, pas plus tard que le jour précédent, ce même *zéro* n'était sorti qu'une fois en vingt-quatre heures.

On remit son argent à la grand-mère avec la déférence et l'attention particulières dues à la personne qui avait réalisé le plus gros gain. Elle reçut exactement quatre cent vingt frédérics, soit quatre mille florins et vingt frédérics. On lui compta les vingt frédérics en pièces d'or et les quatre mille florins en billets de banque.

Mais, cette fois, la grand-mère n'appela plus Potapytch ; elle avait bien autre chose en tête ! Elle ne se démenait plus et ne tremblait plus extérieurement. Mais elle tremblait intérieurement, si l'on peut s'exprimer ainsi. Toute son attention était concentrée sur un point, comme si elle visait un but :

- Alexis Ivanovitch, il a dit qu'on ne pouvait miser que quatre mille florins à la fois ? Tiens, prends, mets ces quatre mille sur le *rouge*, décida-t-elle.

Il était inutile de chercher à la dissuader. Le plateau se mit à tourner.

- *Rouge* ! proclama le croupier.

Nouveau gain de quatre mille florins, ce qui faisait huit mille en tout.

- Laisse-m'en quatre mille ici, et replace le reste sur le *rouge*, me commanda la grand-mère.

Je risquai une fois encore quatre mille florins.

- *Rouge* ! annonça à nouveau le croupier.

- Au total douze! Donne-moi tout. Verse l'or dans ma bourse et ramasse les billets. Cela suffit ! Rentrons! Roulez mon fauteuil.

[7] Quelle est la probabilité que le *zéro* ne sorte pas pendant 200 coups ?

[8] Quelle est la probabilité que le *zéro* ne sorte pas en 10 coups ? Une fois ? Deux fois ? Trois fois ? Au moins une fois ?

[9] Quelle est la probabilité que le *zéro* sorte trois fois de suite ?

Petite parenthèse

La roulette américaine comporte un *double zéro*. Dans quel but ?

Chapitre XIV (extrait)

Je me dirigeai vers la table même où s'était assise la grand-mère. Il n'y avait pas grande presse, aussi pus-je bientôt occuper une place debout à côté de la table. Juste devant moi, sur le tapis vert, était tracé le mot : *Passe*.

Passe, c'est une suite de chiffres de dix-neuf à trente-six. La première série, de un à dix-huit, s'appelle *manque* ; mais que m'importait ? Je ne calculais pas et n'avais même pas entendu le dernier numéro sorti ; je ne m'en informai pas en commençant, comme l'aurait fait le joueur le moins précautionneux. Je sortis mes vingt frédérics et les jetai sur *passe*.

- *Vingt-deux* ! cria le croupier.

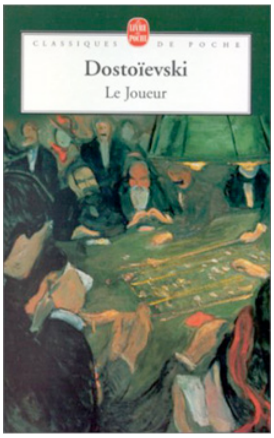
J'avais gagné. Je risquai de nouveau le tout et ma première mise et mon gain.

- *Trente et un* ! clama le croupier.

Nouveau gain ! Cela me faisait donc en tout quatre-vingts frédérics ! Je mis le tout sur les douze chiffres du milieu (gain triple, mais deux chances contraires[10]); le plateau se mit à tourner et le vingt-quatre sortit. On me remit trois rouleaux de cinquante frédérics et dix pièces d'or ; je possédais maintenant en tout deux cents frédérics.

[10] Est-ce exact ?

Dans une espèce de transe fiévreuse, je poussai tout ce tas d'argent sur le *rouge*... et soudain, je repris mes esprits ! Ce fut la seule fois au cours de toute la soirée que la peur me glaça, se manifestant par un tremblement des mains et des pieds. Je ressentis avec horreur, dans un éclair de conscience, ce que perdre eût signifié pour moi en cet instant ! C'était toute ma vie qui était en jeu !



- *Rouge* ! cria le croupier. Je repris mon souffle : des fourmis brûlantes me couraient sur tout le corps. On me paya en billets de banque ; cela faisait cette fois quatre mille florins et quatre-vingts frédérics (je pouvais encore faire le calcul).

Ensuite, je me rappelle que je remis deux mille florins sur les douze chiffres du milieu et perdis ; je jouai mon or et mes quatre-vingts frédérics et perdis. La fureur s'empara de moi : je pris les deux mille florins qui me restaient et les plaçai sur les douze premiers chiffres... comme ça, au hasard, à l'aveuglette, sans calculer ! Il y eut d'ailleurs un moment d'attente, une émotion semblable, peut-être, à celle qu'éprouva Mme Blanchard, lorsqu'à Paris elle fut précipitée de son ballon sur le sol.

- *Quatre* ! cria le croupier.

Avec la mise précédente, cela me faisait de nouveau six mille florins. Je prenais déjà des airs triomphants et n'avais plus peur de rien. Je jetai quatre mille florins sur le *noir*. Une dizaine de personnes se hâtèrent de miser comme moi sur le *noir*. Les croupiers échangeaient des regards et parlaient entre eux. Autour, on parlait et on attendait.

Le *noir* sortit. À partir de ce moment, je ne me rappelle plus ni le montant, ni la succession des enjeux. Je me souviens seulement, comme en, rêve, que j'avais déjà gagné environ seize mille florins. Soudain, trois coups malheureux m'en firent perdre douze mille ; alors, je mis les derniers quatre mille sur *passe* (mais je ne ressentis presque rien sur l'instant ; j'attendais machinalement, sans penser à rien). Je gagnai de nouveau, puis je gagnai encore pendant quatre coups d'affilée[11]. Je me souviens, seulement que je ramassais les florins par milliers ; je me rappelle aussi que ce furent les chiffres du milieu, auxquels je m'étais attaché, qui sortirent le plus souvent. Ils sortaient régulièrement, toujours trois ou quatre fois de suite, puis ils disparaissaient pour deux tours et revenaient encore, pour trois ou quatre coups consécutifs. Cette étonnante régularité se rencontre par périodes et c'est ce qui déroute les joueurs de profession qui font des calculs, crayon en main. Quelles terribles ironies du sort ne se manifestent-elles pas ici !

[11] Quelle est la probabilité que *passe* sorte quatre fois de suite ?

Je crois qu'il ne s'était pas écoulé plus d'une demi-heure depuis mon arrivée. Soudain, le croupier m'annonça que j'avais gagné trente mille florins, que la banque ne répondait que pour cette somme en une seule séance et qu'on allait donc fermer la roulette jusqu'au lendemain matin.

Théorie des jeux et théorie du vote et de la décision

Un cours de la CRM organisé à Leysin du 23 au 26 septembre 2008

Quarante sept enseignant-e-s des gymnases, collèges et lycées de Suisse romande ont participé au cours organisé par la Commission Romande de Mathématique. Deux thèmes étaient abordés : la théorie des jeux et la théorie du vote et de la décision.

Dans la première partie, après avoir défini ce qu'est un jeu, le professeur **M. Benaïm**, de l'institut de mathématiques de l'université de Neuchâtel, a présenté quelques résultats et théorèmes. À partir d'exemples imagés, les participant-e-s ont appris comment se comporter au restaurant, stratégie que nous ne dévoilerons pas pour des raisons évidentes d'efficacité. Tout en adaptant son discours au niveau de sont auditoire, M. Benaïm montra les aspects plus mathématiques et plus consistants de la théorie des jeux,notament les problèmes liés à l'existence d'équilibre de Nash. Des exemples, comme celui de la pauvre Bonnie devant traversé un pont au risque de recevoir une pierre sur la tête ou de se faire mordre par un cobra, et ensuite d'être accueillie par un infâme shérif local ont permis d'appliquer la théorie à des situations éminemment concrètes. Une variante du jeu de Nim a permis de saisir le concept de stratégie.

Jeu de Nim

Deux joueurs, une boule noire et deux boules blanches. Le joueur prend une ou deux boules, de la même couleur. Si le joueur i prend la dernière boule, le joueur j gagne 1 point si celle-ci est noire et 2 points si celle-ci est blanche. Le joueur 1 commence. Ce jeu peut être représenté par l'arbre ci-dessous.

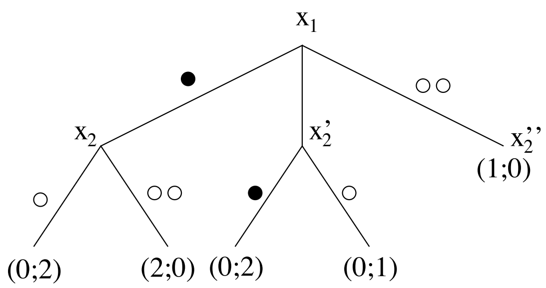


FIG. 1 – Jeu de Nim, en représentation extensive

Il est alors évident que le joueur 1 doit prendre les deux boules blanches.
Une dernière partie fut consacrée aux jeux répétés et aux différentes stratégies possibles (trahison, Tit for Tat, rétorsion) pour se terminer sur les théorèmes « Folklores ».

Dans la deuxième partie du cours, consacrée à la théorie du vote et de la décision, Monsieur **M. Balinski**, chercheur émérite au CNRS, et Monsieur **R. Laraki**, chercheur au CNRS, ont présenté différents systèmes de répartition des voix lors d'un vote électoral et leurs différentes conséquences.

Fig. 2 – Découpage d'une circonscription du Massachusetts en 1812, par le sénateur Gerry

À travers des exemples tirés des dernières élections françaises ou américaines, MM. Balinski et Laraki ont montré les contradictions et incohérences des systèmes électoraux en vigueur. Malheureusement, l'évolution des lois électorales ne semble pas tendre vers une meilleure équité, ni vers un meilleur respect du vote des citoyen-ne-s.

Dans un souci de respecter au mieux la volonté exprimée dans le urnes, les conférenciers ont présenté une manière de voter qui permettrait d'éviter les biais présents dans les autres systèmes. Leur modèle, testé à Orsay lors des dernières élections présidentielles françaises, a donné des résultats plus conformes aux souhaits des électeurs. Toujours dans le souci d'utiliser les mathématiques afin d'améliorer la démocratie, un autre système, la « biproportionnelle », appliquée dans le canton de Zurich, nous a été présenté.

M. Balinski a terminé son exposé par la citation de *Alexis de Tocqueville* :
« *Quelle triste chose que sur toute la terre, les gouvernants soient toujours précisément aussi coquins que les moeurs de leurs sujets peuvent leur permettre de l'être ! Leurs vices n'ont jamais trouvé que cette limite là* ».

Au vu de la qualité des intervenants et de l'attention des participant-e-s, on est toujours surpris de constater que certaines autorités cantonales n'encouragent pas leur enseignant-e-s à participer à de tels cours.

Patrick Turtschy, octobre 2008

DPK

Rotierender Regenschirm

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Das haben Sie sicher auch schon mal gemacht: im strömenden Regen mit dem Schirm in der Hand auf den Bus gewartet. Dreht man den Schirm, so fliegen die Tropfen in alle Richtungen weg und man befindet sich unter einer Art Glocke. Welche Form hat diese Glocke?
Wie immer, um einen ersten Eindruck zu gewinnen, produzierte ich auf dem Computer ein Bildchen. Der Rand des Regenschirms wurde als horizontaler, gleichmässig drehender Kreis modelliert, von dem sich Tropfen tangential zum Kreis ablösen und auf Wurfparabelbahnen weiter fliegen. Die Projektionen mehrerer solcher Bahnen mit gleichmässig verteilten Startpunkten wurden über einander gezeichnet (Abb. 1). Weil mir die Form der Glocke bekannt vorkam und weil in der Aufgabenstellung ja Wurfparabeln vorkommen, versuchte ich, die Hüllkurve als Parabel darzustellen (Abb. 2). Rein visuell scheint die Glocke also eine Rotationsparabel zu sein. Kann man das auch beweisen?

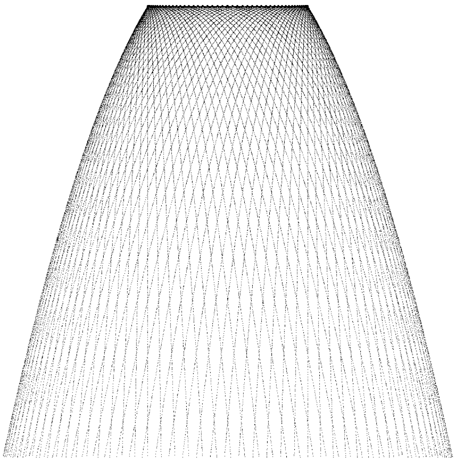


Abb. 1: Schar der Wurfparabeln von Teilchen, die sich von einem gleichmässig horizontal rotierenden Kreis lösen.

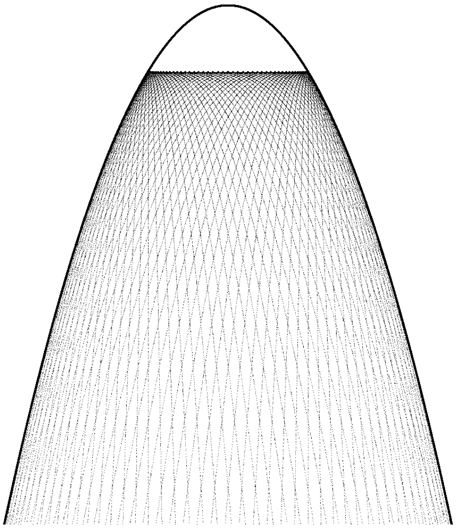


Abb. 2: Von Auge über die Hüllkurve gelegte Parabel.

Theorie

Die Bahnen der Tropfen seien Wurfparabeln, die am Schirmrand tangential zum Rand mit der momentanen Geschwindigkeit des Rands starten. Der Startort ist auf dem Schirm beim Ort $x_0 = r\sin\varphi$ mit Startgeschwindigkeit $\upsilon_{x0} = \upsilon_0\cos\varphi$ und $\upsilon_{y0} = 0$. Somit erhält man die Position eines Tropfens aus den zwei Gleichungen

$$x = r\sin\varphi + t \cdot \upsilon_0 \cos\varphi \quad \text{und} \quad y = -\tfrac{1}{2} g t^2$$

Aus diesen Gleichungen kann man die Zeit eliminieren und erhält

$$y = -\tfrac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x - r\sin\varphi}{\upsilon_0 \cos\varphi} \right)^2 \qquad \text{Schar von Wurfparabeln}$$

Möchte man die Hüllkurve berechnen, so muss man diese Schargleichung partiell nach dem Scharparameter φ ableiten und Null setzen. Die resultierende Gleichung wird nach dem Scharparameter aufgelöst und in die Schargleichung eingesetzt. So erhält man die Gleichung der Hüllkurve.

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = 0 = -\tfrac{1}{2} g \cdot 2 \cdot \left(\frac{x - r\sin\varphi}{\upsilon_0 \cos\varphi} \right) \cdot \left(\frac{-r\cos\varphi}{\upsilon_0 \cos\varphi} + \frac{x - r\sin\varphi}{\upsilon_0 \cos^2\varphi} \sin\varphi \right)$$

$$0 = \frac{g}{\upsilon_0^2} \cdot \left(\frac{x - r\sin\varphi}{\cos\varphi} \right) \cdot \left(\frac{x\sin\varphi - r}{\cos^2\varphi} \right)$$

1. Lösung: $x - r\sin\varphi = 0$

Eingesetzt in die Schargleichung ergibt dies $y = 0$, d.h. die Gleichung des Schirmrands, wo alle Tropfen starten.

2. Lösung: $x\sin\varphi - r = 0$ respektive $\sin\varphi = r/x$

Setzt man das in die Schargleichung ein, so erhält man

$$y = -\tfrac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x - r\sin\varphi}{\upsilon_0 \sqrt{1 - \sin^2\varphi}} \right)^2 = -\tfrac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x - r^2/x}{\upsilon_0 \sqrt{1 - r^2/x^2}} \right)^2 = -\frac{g}{2\upsilon_0^2} \cdot \frac{\left(x^2 - r^2\right)^2}{x^2\left(1 - r^2/x^2\right)}$$

$$y = \frac{g}{2\upsilon_0^2} \cdot \left(r^2 - x^2\right) \qquad \text{Hüllkurve}$$

Diese Einhüllende ist somit eine oben abgeschnittene (Rotations-)Parabel.

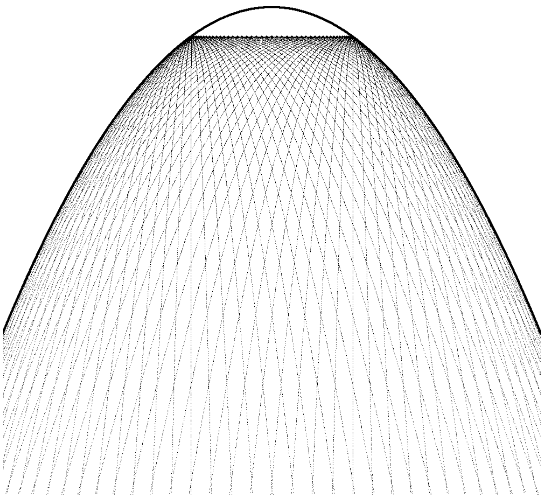


Abb. 3: Tropfen vom rotierenden Regenschirm mit parabolischer Hüllkurve (räumlich ein Rotationsparaboloid als Hüllfläche).

21. Juli 2008 / Lie.

P.S. Was passiert, wenn der Schirmrand in die Vertikale kippt? Fortsetzung folgt.

Dreck am Rad

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Das haben sicher alle schon mal erlebt: Das Velo fährt durch eine Dreckpfütze. Für einen Physiker müsste es eigentlich ein Vergnügen sein: Die Bewegung des Drecks, der sich vom Radumfang löst, ist eine Kreisbewegung, die in eine Wurfparabel übergeht. Sowohl die Kreisbewegung als auch die Wurfbewegung sind Juwelen im Theoriefundus jeder Physiklehrkraft. Noch schöner, wenn man die zwei kombiniert antrifft. Da ich gerne akademische Beispiele durchrechne, liess ich zuerst einmal vom Computer ein Bildchen zeichnen (Abbildung 1)

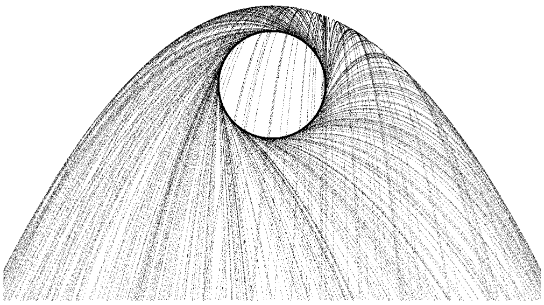


Abbildung 1: Wurfparabeln der Teilchen, die sich von einem vertikalen Rad lösen, das sich gleichmässig dreht. Es wird angenommen, dass die Teilchen tangential zum Kreis mit der momentanen Geschwindigkeit der Ablösestelle starten. Der Luftwiderstand wird selbstverständlich vernachlässigt.

Zuerst war ich überrascht: Die Einhüllende aller Wurfparabeln ist symmetrisch bezüglich der Vertikalen durch die Radnabe. Dabei sehen die Wurfparabeln in Fahrtrichtung offensichtlich anders aus als entgegen der Fahrtrichtung. Und die Einhüllende aller Wurfparabeln hat auch noch eine verdächtige Form (Abb. 2).

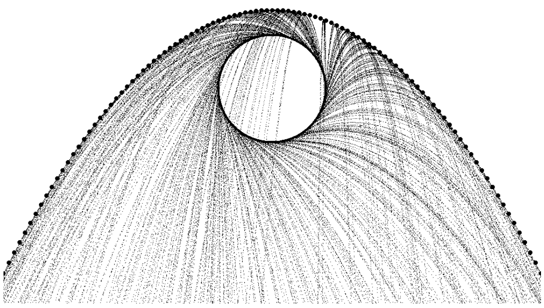


Abbildung 2: Durch Probieren gelingt es, eine Parabel (schwarze Punkte) über die Einhüllende der Wurfparabeln zu legen.

Theorie

Die Symmetrie der Einhüllenden lässt sich plausibel machen. Die Wurfparabeln können ja auch für Zeiten vor der Ablösung gezeichnet werden. Dann wird die Einhüllende der unsymmetrischen Wurfparabel-Äste zur Einhüllenden symmetrischer Parabeln, von der man dann eher Symmetrie erwartet.

Kann man zeigen, dass die Einhüllende der Wurfparabeln eine Parabel ist? Die Gleichung einer Wurfparabel findet man in den DMK/DPK Formeln und Tafeln:

$$y = x \cdot \tan\alpha_0 - \frac{g}{2\upsilon_0^2 \cos^2 \alpha_0} \cdot x^2$$

Diese Gleichung gilt aber für Abwurf im Nullpunkt des Koordinatensystems. Beim Abwurf vom Kreis beim Polarwinkel φ muss man die Parabel horizontal um $r \cdot \cos\varphi$ und vertikal um $r \cdot \sin\varphi$ verschieben. Der Abwurfwinkel ist $\alpha_0 = \varphi + \pi/2$. Man erhält für die Schar aller Wurfparabeln folgende vereinfachte Gleichung:

$$y = -(x - r \cdot \cos\varphi) \cdot \cot\varphi - \frac{g}{2\upsilon_0^2 \sin^2 \varphi} \cdot (x - r \cdot \cos\varphi)^2 + r \cdot \sin\varphi$$

Die Einhüllende dieser Kurvenschar mit Scharparameter φ erhält man über die partielle Ableitung $\partial y / \partial\varphi = 0$. Aus der Ableitung folgen Bedingungsgleichungen für $\cos\varphi$ oder $\sin\varphi$. Setzt man diese in die Schargleichung ein, so erhält man nach längerer Rechnung die Hüllkurven. Die erste Hüllkurve ist natürlich ein Kreis (der Radumfang). Die zweite Hüllkurve ist eine Parabel mit folgender Funktionsgleichung:

$$y = \frac{\upsilon_0^2}{2g} + \frac{g}{2\upsilon_0^2}\left(r^2 - x^2\right)$$

Die Hüllkurven-Funktion ist in den Abbildungen 3-5 dargestellt.

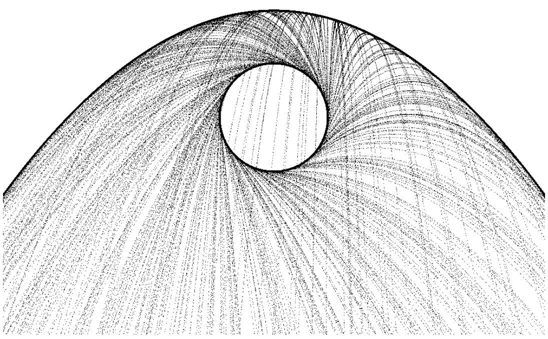


Abbildung 3: Parabolische Hüllkurve, wenn die Teilchen das Rad übersteigen.

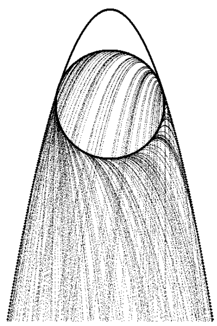


Abbildung 4: Parabolische Hüllkurve, wenn die Teilchen im oberen Teil nicht übers Rad steigen können

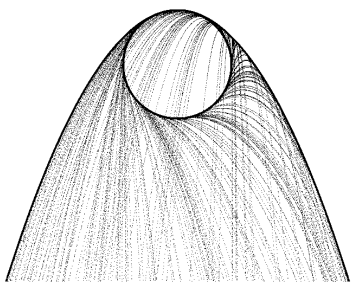


Abbildung 5: Einige Bahnkurve der Teilchen mit einhüllender Parabel im Grenzfall, wo die Hüllkurve das Rad berührt. Dann ist die Schnelligkeit des Radumfangs $\upsilon = \sqrt{rg}$.

21. Juli 2008 / Lie.

Atmosphären untersuchen und modellieren:

Empirische , analytische, numerische Methoden

(Weiterbildungskurs mit Radiosondierung)

Kurs für Mathematik- und Physiklehrkräfte (Grundlagenfach und besonders PAM)

Trägerschaft Deutschschweizerische Physikkommission DPK des VSMP
Teachers teaching with Technology T^3
Kursort: Bern
Kursdatum: 22. – 24. Oktober 2009
Kursleiter: Hansruedi Schneebeli, KS Baden und Alfred Vogelsanger, KS St. Gallen
schneebe@othello.ch, a.vogels@bluewin.ch
Administrative Kursleitung: Hans Kammer, Gymnasium Köniz-Lerbermatt (BE)
Anmeldung: bis 31. Juli 2009 über die WBZ (www.webpalette.ch -> Sekundarstufe II -> WBZ -> Physik
Kurskosten: Fr. 300.-
Zahl der Teilnehmenden: Maximal 20

Kursinhalt: - Grundlagen der **Atmosphärenmathematik und -physik**
- Unterrichtsbeispiele auf verschiedenen Stufen (mit und ohne CAS)
- Referat zur Radiosondierung: Prof. Hans Richner.
- Arbeit an einer modernen digitalen Radiosonde mit GPS
- Vorstellung einer Wetterstation (Vance Carter, Educatec, Döttingen)

Stichworte und Ideen zum Kurs (von H.R. Schneebeli)

Atmosphärenphysik in ihrer Gesamtheit ist zu komplex für den Unterricht an Mittelschulen. Reduziert man aber die Atmosphäre auf ihre eindimensionale Gestalt in Form einer Luftsäule, so ergeben sich angemessene und relevante Fragestellungen: Wie hängen der Luftdruck, die Höhe und eventuell noch andere Parameter miteinander zusammen?

Beim Beantworten dieser Frage müssen **Mathematik und Physik gemeinsam** eine Anwendung bewältigen: die Beschreibung einer stabil geschichteten Atmosphäre.

Diese Aufgabe lässt sich in zwei Zusammenhängen einbetten:
1. Datenanalyse anhand einer Standardatmosphäre mit dem Ziel die Zusammenhänge zwischen Druck, Höhe und Temperatur quasi experimentell mit Modelldaten zu erkunden und zu modellieren. Dabei wird ausgiebig von den Statistikfunktionen eines CAS-Rechners oder von Excel Gebrauch gemacht. Es lassen sich erstaunlich gute Modelle für Barometergleichungen finden.
2. Modellierung mit Differentialgleichungen: isotherme Atmosphäre und die Barometergleichung, Atmosphären mit konstanten Temperaturgradienten, Höhenbestimmung aus Radiosondendaten und numerische Verfahren zur Lösung der Stabilitätsgleichungen.
3. Wir beabsichtigen, am Kurs eine moderne digitale Radiosonde mit GPS fliegen zu lassen und die Daten für Auswertungen zur Verfügung zu stellen.

Literatur
[1] H. R. Schneebeli, A. Vogelsanger, Modellanalyse der ICAO-Atmosphäre
[2] H.R. Schneebeli, A Vogelsanger, Modellierung einer stabilen Atmosphäre
Download auf: http:// www.swisseduc.ch/mathematik (Atmosphärenmodelle, ICAO-Modelle
Rezension der beiden Artikel unter
http://education.ti.com/sites/SCHWEIZ/downloads/pdf/TI-Nachrichten%202-08_final.pdf
(Seite 32)

uzh|eth|ph|zürich Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik

Weiterbildungskurse Mathematik, Informatik, Physik im Frühlingssemester 2009

Kryptologie
Juraj Hromkovic
Donnerstag, 5. März 2009

Teach Nano – Nanotechnologie in Schule und Praxis
Christoph Meili
Mittwoch, 25. März 2009

Mathematik entdecken lassen
Meike Akveld, Norbert Hungerbühler, Hansruedi Schneebeli
Freitag/Samstag, 27./28. März 2009

Nachhaltigkeit – ökologisch-naturwissenschaftliche Perspektiven
Roger Baud, Peter Jann
Dienstag, 28. April 2009

Bioinformatik – Anwendungen und Hintergrundwissen
Johannes Fütterer, Juraj Hromkovic
Freitag, 5. Juni 2009

Spielend Mathematik erleben
Armin P. Barth
Dienstag, 9. Juni 2009

Westliche Wissenschaft und Buddhistische Philosophie im Dialog
Heiri Schenkel, Pema Wangyal
Mittwoch, 24. Juni 2009

Differentialgleichungen und Dynamische Systeme
Urs Kirchgraber
Frühlingssemester 2009

Wege mathematischen Denkens
Christof Weber, Christian Rüede
Frühlingssemester 2009

ETH-Kolloquien 2009

Naturwissenschaften und Unterricht: ETH-Kolloquium 1/2009
Elke Sumfleth, Jan Wendelin Stark
Samstag, 7. März 2009

Naturwissenschaften und Unterricht: ETH-Kolloquium 2/2009
Lutz Jäncke, Marco Stampanoni
Samstag, 16. Mai 2009

Die ausführlichen Texte sowie die Anmeldemöglichkeit sind auf der ZHSF-Homepage:

www.zhsf-edu.ch > Weiterbildung Mittelschulen > Kurse

Gerne informieren wir Sie über unser aktuelles Angebot. Tragen Sie sich dazu für unseren Newsletter auf der Homepage ein.

Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik, ZHSF
Weiterbildung Mittelschulen
Beckenhofstrasse 35
8006 Zürich

Stefan Rubin, stefan.rubin@zhsf-edu.ch, Tel. Sekretariat: 043 305 66 44

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

zh
aw

School of
Engineering

GEBERT RÜF STIFTUNG
WISSENSCHAFT.BEWEGEN

Patenschaft Maturaarbeit

Der Verein Systemdynamik im Unterricht und die ZHAW School of Engineering bieten mit Unterstützung der Gebert Rüf Stiftung eine Patenschaft im Bereich Modellbildung und Simulation von Problemstellungen aus der Aviatik an.

Die Patenschaft umfasst

- Lehrerkurse
- Schülerkurse
- individuelle Beratung der Schülerinnen und Schüler

Lehrerkurse

In diesen Kursen werden Lehrkräfte mit der Methodik und den Möglichkeiten des "Systemdynamischen Modellierens" vertraut gemacht. Der Kurs richtet sich an Lehrerinnen und Lehrer in den Fächern Physik, Chemie und Biologie. Der Kurs dauert einen Tag und kostet CHF 180.—.

Kursdaten: Samstag, 14. März oder Samstag 9. Mai 2009

Schülerkurse

In diesen Kursen werden Schülerinnen und Schüler mit der Technik des "Systemdynamischen Modellierens" vertraut gemacht. Die Kursteilnehmer verpflichten sich, ihre Maturaarbeit auf dem Gebiet „systemdynamisches Modellieren" in Aviatik zu schreiben. Der Kurs dauert einen Tag und ist für die Kursteilnehmer gratis.

Kursdaten: Samstag 30. Mai oder Samstag 13. Juni 2009

Weitere Informationen

- www.systemaviatik.ch
- www.engineering.zhaw.ch/weiterbildung (Suche nach: Systemdynamisches Modellieren)

Standort

ZHAW School of Engineering
Technikumstrasse 9
8400 Winterthur

Kontakt

ZHAW School of Engineering
Werner Maurer
E-Mail: maur@zhaw.ch

Zürcher Fachhochschule www.engineering.zhaw.ch

Ja - Oui - Sì ☐

Ich möchte Mitglied des Vereins Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte (VSMP) sowie des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrerinnen und -lehrer (VSG) werden.

J'aimerais devenir membre de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique (SSPMP) et de la société suisse des professeurs de l'enseignement secondaire (SSPES).

Desidero diventare membro della Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica (SSIMF) e della Società Svizzera degli Insegnanti delle Scuole Secondarie (SSISS).

Beitrag/Montant/Quota: Fr. 120.- (VSG-SSPES-SSISS) + Fr. 40.- (SSIMF-SSPMP-VSMP)

Frau/Mme/Sig.ra ☐ Herr/M./Sig. ☐ Prof. ☐ Dr. ☐

Name/Nom/Cognome: ....

Vorname/Prenom/Nome: ....

Adresse/Indirizzo (privat/privato): ....

Plz-Ort/NP-Ville/CAP-Luogo: ....

(Land/Pays/Paese): ....

Email: .... (Tel): ....

(Geburtsdatum/Date de naissance/Data di nascita): ....

Sprache/Langue/Lingua: D ☐ F ☐ I. ☐

Schule/école/scuola: .... Kanton/canton/cantone: ....

Kategorie/Catégorie/Categoria: activ/actif/attivo ☐ passive/passif/passivo ☐
Student/-in, étudiant(e), studente/ssa. ☐

Einsenden an/envoyer à/inviare a:
VSG-SSPES-SSISS, Postfach 8742 (Waisenhausplatz 14), 3001 Bern
oder per Internet: www.vsg-sspes.ch

Impressum

Herausgeber – *Éditeur*
VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*
Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
Bireggstrasse 19 Tel. 079 79 89 770
6003 Luzern

Layout – *Mise en page*
Jean-Luc Barras jeanluc.barras@gmail.com
Es Novallys 224 Tél. 026 912 98 24
1628 Vuadens

Inserateverwaltung – *Publicité*
Deutschweiz:
Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
8807 Freienbach

Suisse romande :
Philippe Beney philippe.beney@bluewin.ch
Av. Pratifori 10 Tel. 027 321 11 94
1950 Sion

Adressänderung – *Changement d'adresse*
VSMP Mitglieder – Membres de la SSPMP :
VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat, Postfach 8742
3001 Bern

Abonnenten die nicht Mitglieder der VSG sind:
Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
Bireggstrasse 19 Tel. 079 79 89 770
6003 Luzern

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)
– *Délais de rédaction (de parution)*

Nr. 110	30.04.2009 (20.06.2009)
Nr. 111	31.08.2009 (20.10.2009)
Nr. 112	31.12.2009 (20.02.2010)

Auflage – *Tirage*
900. Erscheint dreimal jährlich.

Präsidentin VSMP – SSPMP – SSIMF
Elisabeth McGarrity mcgarrity@rhone.ch
Bäjiweg 45 Tel. 079 34 34 862
3902 Brig-Glis

Deutschschweizerische Mathematikkommission
Hansjürg Stocker hjstocker@bluewin.ch
Friedheimstrasse 11 Tel. 044 780 19 37
8820 Wädenswil

Deutschschweizerische Physikkommission
Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
8807 Freienbach

Commission Romande de Mathématique
Patrick Hochuli patrick.hochuli@gfbienne.ch
Alex-Moser 50 Tél. 032 365 60 15
2503 Bienne

Commission Romande de Physique
Jean-Daneil Monod jean-daniel.monod@urbanet.ch
Rue du Bugnon 14 Tél. 021 701 38 62
1030 Bussigny

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana
Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
Via Vincenzo d'Alberti 13
6600 Locarno Tél. 091 751 14 47

Bestimmungen für Inserate und Beilagen
– *Tarifs pour les annonces et les annexes*

Ganzseitige Inserate	Fr. 500.–
Halbseitige Inserate	Fr. 300.–
Beilagen bis 20 g	Fr. 500.–
Beilagen über 20 g	Nach Vereinbarung

Druck und Versand – *Imprimerie*
Niedermann Druck AG
Rorschacherstrasse 290
9016 St. Gallen

Internet-Adressen – Adresses Internet

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch