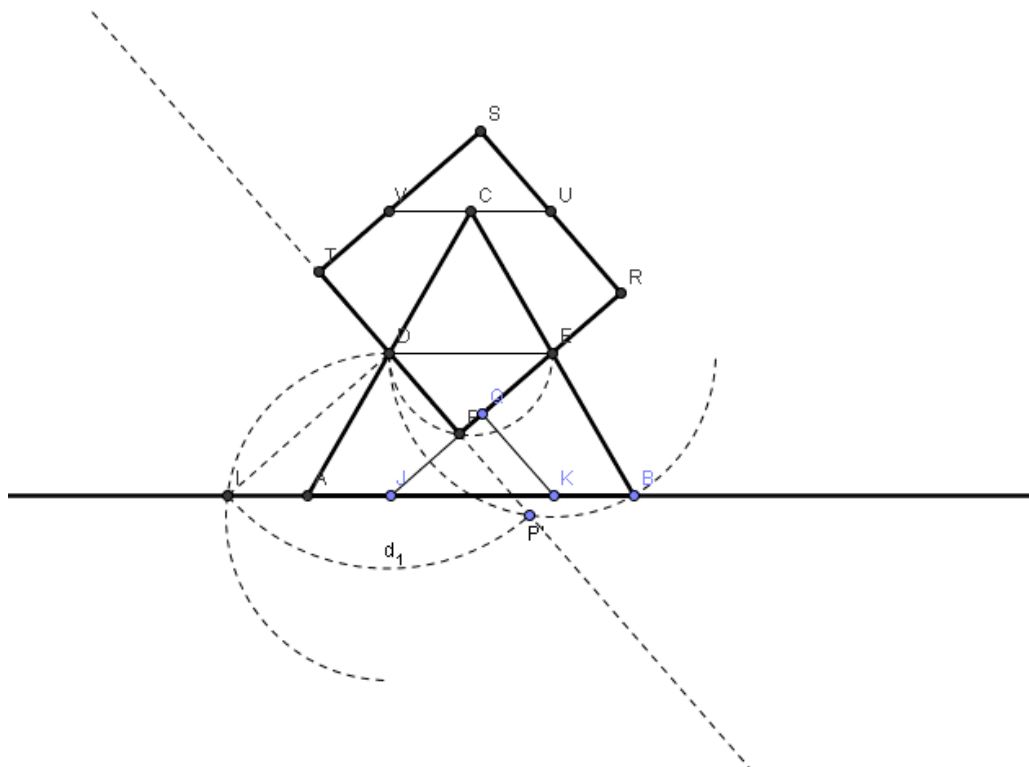




Bulletin

Oktober 2007 – Octobre 2007

N° 105

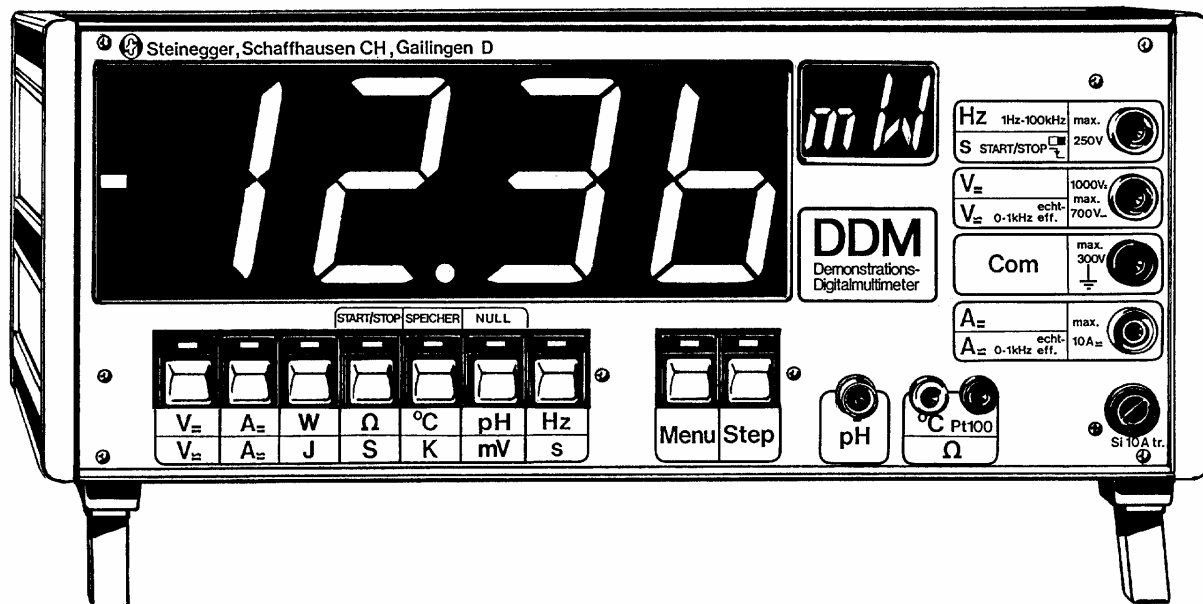


VSMP – SSPMP – SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

Demonstrations-Digitalmultimeter DDM

Art. Nr. 26



Preis inkl. MWSt nur Fr. 2'320.-

- **Misst: Spannung, Strom, Wirkleistung, Energie, Widerstand, Temperatur, pH-Wert, Zeitintervall und Frequenz**
- **56mm hohe LED-Ziffern und 9999 Messpunkte**
- **Automatische und manuelle Bereichsumschaltung**
- **Mehr als 20 Zusatzgeräte direkt anschließbar**
- **Einfacher Datenaustausch mit PC/Mac im Multitasking über die bidirektionale Serieschnittstelle**
- **2 freiprogrammierbare Analog-Ausgänge**
- **Ausführliche 75-seitige Bedienungsanleitung**

Gehäuse-Abmessungen: LxBxH = 340x185x132.5 mm

Die kostenlose Kurzbeschreibung "Demonstrations-Digitalmultimeter DDM Art. Nr. 26" erhalten Sie direkt vom Hersteller:

Steinegger & Co.
Rosenbergstrasse 23
8200 Schaffhausen



Fax : 052-625 58 60
☎ : 052-625 58 90
Internet: www.steinegger.de

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

GV VSMP – AG SSPMP – AG SSIMF 3

Wissenschaftsolympiaden 2008 – *Olympiades scientifiques 2008* 4

Heiri Schenkel
Physik und Mathematik für buddhistische Mönche:
Ein Erfahrungsbericht aus dem tibetischen Kloster Sera in Südindien 5

DPK

Deutschschweizerische Physikkommission 10

Martin Lieberherr
Reflexionen an Christbaumkugeln 10

Samuel Byland
Swiss Young Physicists'Tournament 13



Deutschschweizerische Mathematikkommission 15

Stefan Peer
Leonhard Eulers Differentialkalkül (Teil 1) 15

Peter Gallin
Die Wiedergeburt der Fibonacci-Zahlen 20

Rezension: Christof Weber, *Mathematische Vorstellungen bilden* 21

Kalender zum Jahr der Mathematik 2008 in Deutschland 22

Thomas Bachmann
Das Mädchen-Junge Problem oder der 2/3-Irrtum 23



Commission Romande de Mathématiques 28

Patrick Hochuli
Lettre ouverte à Monsieur Hans Peter Dreyer, Président de la SSPES 28

Jean Piquerez
Un découpage célèbre de Henri Dudeney 29

Kurse

26. Basler Kolloquium für Mathematiklehrkräfte	31
Fachdidaktik der Pascal-Orientierten Einführung in die Programmierung: Kompaktkurs	33
UZH, ETH, PH Zürich: Weiterbildungskurse im Frühjahrssemester	36
Highlights und Flops - Physiklehrer berichten von ihren Erfahrungen	37
20 Jahre Umweltwissenschaften an der ETH Zürich	38
Physik Gestern, Heute und Morgen – <i>La Physique Hier, Aujourd'hui et Demain</i>	38

Impressum	40
-----------	----

Internet-Adressen – *Adresses Internet*

<http://www.vsmf.ch> — <http://www.sspmp.ch> — <http://www.ssimf.ch>

Page de titre

C'est en 1905 que Henri Dudeney (1857-1930), un amateur de jeux et de casse-tête, découvrit ce découpage du triangle équilatéral. Voir article de Jean Piquerez, page 29.

GENERALVERSAMMLUNG des VSMP-ASSEMBLEE GENERALE de la SSPMP

Freitag 16. November 2007, *Vendredi 16 novembre 2007*

Kantonsschule Zofingen, Strengelbacherstr. 25B, 4800 Zofingen

I. Rahmenprogramm *Programme cadre*

16.30 „Leonhard Euler und das Baslerproblem „ / «*Leonhard Euler et le problème de Bâle*»
Referat von Dr. Herbert Hunziker (Alti Kanti Aarau)

II. Generalversammlung 2007 – *Assemblée générale 2007*

17.30

Traktandenliste - *Ordre du jour*

Begrüssung - *Salutations*

1. Traktandenliste 2007, Protokoll 2006 - *Ordre du jour 2007, procès verbal 2006*

2. Mutationen – *Mutations*

3. Jahresberichte – *Rapports annuels*

4. Jahresrechnungen 2006/2007 – *Comptes annuels 2006/2007*

5. Budget 2007/2008 – *Budget 2007/2008*

6. Diskussion und Varia – *Discussion et divers*

Das Protokoll der letzten GV ist auf unserer Website www.vsmpp.ch zu finden.

Le procès verbal de la dernière AG peut être consulté sur notre site internet

www.sspmp.ch.

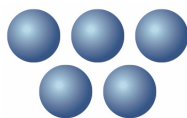
III. Gemeinsames Abendessen – *Repas du soir en commun*

Im Anschluss an die GV werden wir in einem Restaurant ein gemeinsames Nachtessen einnehmen. Der Ort wird an der GV bekannt gegeben.

Après l'assemblée générale un repas en commun est prévu dans un restaurant près du lycée, à une adresse qui sera communiquée lors de l'AG.

Weitere Auskünfte – *Pour plus d'informations:*

W. Pils, Bergstr. 48, 8424 Embrach (Tel 052 244 05 41; wolfgang.pils@bluewin.ch).



Verband Schweizer Wissenschafts-Olympiaden
 Association des Olympiades Scientifiques Suisses
 Associazione delle Olimpiadi Scientifiche Svizzere
 Association of Swiss Scientific Olympiads

In die Startlöcher für die Schweizer Wissenschafts-Olympiaden 2008

Wissenschafts-Olympiaden sind Wettbewerbe für Mittelschülerinnen und Mittelschüler, die sich in den Fächern Biologie, Chemie, Informatik, Mathematik und Physik über den Schulstoff hinaus interessieren. 2007 haben sich 859 Jugendliche aus allen vier Landesteilen und dem Fürstentum Liechtenstein an den Nationalen Wissenschafts-Olympiaden beteiligt. Nach regionalen Ausscheidungen erhalten 150 Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, ihr Lieblingsfach in Vorbereitungsveranstaltungen zu vertiefen. Die besten 23 reisen jeweils an die internationalen Wissenschafts-Olympiaden: 2008 werden sie in Indien, Ungarn, Ägypten, Spanien und Vietnam stattfinden! Damit alle Schülerinnen und Schüler die gleichen Chancen haben, sind die Angebote der Wissenschafts-Olympiaden gratis. Auf den Websites unserer 5 Disziplinen finden sich auch Übungsaufgaben und Tipps, die selbstverständlich in den Schulunterricht eingebaut werden dürfen. (925 Zeichen)

Verband Schweizer Wissenschafts-Olympiaden: www.olympiads.ch

Mathematik-Olympiade: Informationen und Übungsaufgaben auf www.imosuisse.ch

Start: Anfang November – Anmeldung bis: 16.11.07

Einführende Treffen in Zürich und Lausanne im November und Dezember

Physik-Olympiade: Informationen und Übungsaufgaben auf www.swisspho.ch

Start: Mitte Oktober – Einsendeschluss: 31.12.07

Test zum Download

En route vers les Olympiades scientifiques 2008

Les Olympiades scientifiques sont des concours à l'intention des élèves du niveau secondaire supérieur, qui manifestent un intérêt particulier pour les branches scientifiques (biologie, chimie, physique, informatique et mathématiques). En 2007 pas moins 859 jeunes de toutes les régions du pays se sont inscrits pour participer aux Olympiades scientifiques nationales. Une première sélection a permis aux 150 meilleurs d'approfondir leurs connaissances dans un certain nombre de camps ou de weekends de préparation. La sélection finale a déterminé les 23 meilleurs qui ont représenté la Suisse aux Olympiades internationales. En 2008 celles-ci auront lieu en Inde, Hongrie, Égypte, Espagne et au Vietnam. L'ensemble de ce programme est gratuit pour tous les élèves. Les sites web de nos 5 disciplines contiennent des exemples d'exercices et des coups de main que les maîtres peuvent sans autre utiliser pour leur propre enseignement. (933 signes)

Association des Olympiades Scientifiques Suisses: www.olympiads.ch

Olympiades Suisses de mathématiques: Informations et exercices sur www.imosuisse.ch

Début: Début novembre – inscription jusqu'au: 16.11.07

Rencontres d'introduction au mois de novembre et décembre

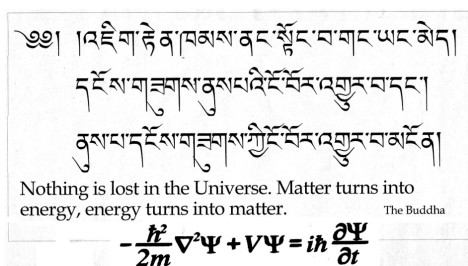
Olympiade Suisse de physique: Informations et exercices sur www.swisspho.ch

Début: Mi octobre – délai d'inscription: 31.12.07

Test à télécharger

Verband Schweizer
 Wissenschafts-Olympiaden
 c/o IKAÖ, Universität Bern
 Schanzeneckstrasse 1
 Postfach 8573
 3001 Bern

Claudia Appenzeller
 Geschäftsführerin
 Tel. +41 31 631 39 86
 oder +41 31 879 29 79
appenzeller@ikaoe.unibe.ch
www.olympiads.ch



Physik und Mathematik für buddhistische Mönche: Ein Erfahrungsbericht aus dem tibetischen Kloster Sera in Südindien.

Heiri Schenkel

Der Autor war lange Jahre Physiklehrer am Gymnasium und Methodik-/Didaktikdozent in Basel sowie an der ETH. Er berichtet von seinem zweijährigen Aufenthalt im Kloster Sera in Südindien.

Die obige Collage mit der Aussage des Buddha in tibetischer Schrift und englischer Übersetzung, zusammen mit der Schrödingergleichung hing im Kloster an seiner Türe und verwirrte die Passanten.

Tibetische Mönche werden in Naturwissenschaft unterrichtet

Seit 2002 führen schweizerische, tibetische und indische Lehrkräfte im Projekt „*Science meets Dharma*“ buddhistische Mönche und Nonnen in fünf Klöstern in die Grundlagen des westlichen wissenschaftlichen Denkens ein. Im Kloster Sera zum Beispiel, im südindischen Staat Karnataka gelegen, leben rund 5000 Mönche – davon nehmen etwa 60 freiwillig in ihrer kargen Freizeit über Mittag am angebotenen Unterricht teil.

Das **Tibet-Institut Rikon** (TIR) hat dieses Pilotprojekt lanciert, dies auch auf Wunsch des Dalai Lama, welcher persönlich an aktuellen naturwissenschaftlichen Fragen aus Physik, Kosmologie und Neuroscience interessiert ist. Finanziert wird es aus Spenden und mit einem Beitrag des Bundes. Es geht dabei um Ausbildung, sowie um eine interkulturelle Begegnung zwischen Wissenschaft und der buddhistischen Lehre, dem Dharma.

Das Ziel des Projektes ist die Einführung aktueller wissenschaftlicher, insbesondere naturwissenschaftlicher Inhalte in die buddhistischen Ausbildungsgänge der Exilklöster in Indien. Diese Inhalte haben im bisherigen Cur-

riculum weitgehend gefehlt, oder sie sind sehr mystische Konstrukte, welche der Dalai gerne durch aktuelle „westliche“ Erklärungsmodelle ersetzen möchte, weil sie plausibler und experimentell nachprüfbar sind.

Es war für mich interessant zu bemerken, dass der Buddhismus eine Erkenntnis- und Seinsphilosophie ist, welche dem experimentellen Nachweis eine grosse Bedeutung beimisst. In diesem Sinn wird auch Meditation als eine experimentelle Beobachtung der eigenen Psyche gesehen, allerdings nicht als Selbstzweck, sondern um mit dem gewonnenen Wissen das Leiden in der Welt zu überwinden helfen und um schliesslich die vollständige Befreiung von der Zwang der zyklisch wiederkehrenden Existenz zu erlangen.

Schweizer Lehrkräfte im Kloster

Insgesamt haben bis heute an die 15 Schweizer Lehrerinnen und Lehrer den Kontakt mit Mönchen und Nonnen in mehreren Klöstern erfahren und dabei wertvolle Bausteine für diese spezielle Art des interkulturellen Dialoges zusammentragen können.

Ich selber unterrichtete von 2005 bis 2007 fast zwei Jahre lang in Sera Physik, Mathematik und Astronomie und manchmal auch Englisch.

Hier eine Ansicht des Klosters, welches man eher als Klosterdorf bezeichnen könnte. Die grossen Tempel liegen inmitten der Wohnhäuser der Mönche.



Es ist natürlich ein Privileg, mitten im lebhaften Treiben des Klosters leben und arbeiten zu können. Es war eine sehr wertvolle Erfahrung – sowohl reich an menschlichen Kontakten als auch stimulierend für das Nachdenken über unsere westliche Naturwissenschaft im Licht der buddhistischen Erkenntnisphilosophie.

Das Tibet-Institut in Rikon, wo sich übrigens einige Mönche in Naturwissenschaft weiterbilden¹, möchte den interkulturellen Dialog auch in der Schweiz initiieren. In nächster Zeit werden Informationsveranstaltungen stattfinden, bei denen die möglichen Themen des Ost-West-Dialoges vorgestellt und diskutiert werden.

Deshalb gehe ich hier nicht auf diese naturphilosophischen Aspekte ein, sondern berichte mehr von einigen wenigen konkreten Unterrichtssituationen.

„Science Exhibitions“



Wenn man sich in indischen Städten aufhält, so wird man bald einmal eine Schule finden, welche gerade eine naturkundliche Ausstellung für die Öffentlichkeit organisiert. Dabei treten die jungen Leute, manchmal schon in der Primarstufe recht selbstbewusst auf und erklären dem Besucher mit viel Engagement ihr Experiment oder das Resultat ihrer kleinen Forschungsarbeit. Dieses Mädchen etwa erklärt uns an einer Schule in Tamil Nadu das Phänomen der Brechung:

Schon das erste Lehrerteam im Projekt „Science meets Dharma“ hatte diese Idee des „going public“ aufgegriffen – wobei dies vorerst in der geschützten Klosterwelt geschah.

Bei der zweiten Ausstellung hingegen verliesen die Mönche das Kloster und wagten es, ihre Themen in einer tibetischen Schule vor

¹ Kolleginnen und Kollegen aus den Gebieten Biologie, Chemie, Mathematik und Physik, welche dort als Freiwillige unterrichten möchten, können sich beim Autor melden.

Laienpublikum zu präsentieren und zu verteidigen. Manchmal ging es um klassische physikalische Themen, wie Strahlenoptik (hier am „Magic Mirror“):



...oder um publikumswirksame Trägheitsexperimente wie das Herumschleudern eines mit Wasser gefüllten Glases:



...oder um die Messung von Bewegungen mit Ultraschallsignalen, wie hier mit dem CBR von Texas Instruments:



Der Mönch Tashi demonstriert, wie eine Bewegung aufgezeichnet und graphisch dargestellt werden kann.

Wir hatten von unseren Mönchsstudenten verlangt, dass möglichst viele Exponate praktische Experimente oder buddhistische Themen beinhalten sollten. Hier sehen wir Yangchub,

welcher die buddhistische Sicht vom Aufbau des Universums vermittelt:



Die Erfahrungen mit solchen studentenzentrierten Aktivitäten waren durchwegs positiv und ich bedauerte es nachträglich, in meinem eigenen Unterricht in der Schweiz dies viel zu wenig angeregt zu haben: Mit einer Klasse in einem Dorf in der Nähe oder im Quartier, wo sich die Schule befindet, z.B. eine Physikausstellung mit interaktiven Exponaten zu organisieren könnte enorm motivierend und lernwirksam wirken!

Das Fazit von solchen Ausstellungen: Sie nehmen wohl sehr viel Zeit und Kraft in Anspruch, aber sie mobilisieren vieles: Lernen am Projekt, vertiefte Auseinandersetzung mit Themen des Unterrichts, Improvisation beim Organisieren, Umsetzung von Inhalten in Bildsprache, Kreativität beim Gestalten von Exponaten, mehr Selbstvertrauen der Mönche auch in naturwissenschaftlichen Belangen.

Astro-Exhibition: Das Lernen am Projekt



Astronomie, insbesondere die Kosmologie stösst bei den Mönchen immer auf grosses

Interesse. Im kleinen Kloster Tashi Lhunpo (wo übrigens ein junger, humorvoller Archäologe aus Lausanne Mönch ist) steckten wir uns ein hohes Ziel: Das Resultat der gut drei Wochen Astronomie (etwa 12 Lektionen) sollte eine öffentliche Ausstellung mit insgesamt etwa 8 Stationen sein. Für jede Station waren 2 Mönche verantwortlich und sie hatten die Aufgabe, sich inhaltlich und mit dem Zusammenstellen von Bild- und Textmaterial darauf vorzubereiten. Ihr Thema konnten sie anhand einer Themenliste auswählen. Sie umfasste Themen wie Mond, Ringnebel, Orion-Nebel, Trifid-Nebel, Andromeda-Galaxie, 3D-Bilder vom Mars, etc.

Eine Gruppe hatte die Aufgabe, das Programm „Stellarium“², eine sehr schöne Simulation des Sternenhimmels, mit dem Beamer zu projizieren und zu erklären – eine Aufgabe, die sie im überfüllten Saal kompetent lösten.

Vor der Ausstellung wünschten die Mönche ein „rehearsal“, einen Probelauf, in dem sie ihr Thema der ganzen Klasse vorstellten. Hier machten auch unsere tibetischen Übersetzer engagiert mit und stellten den Gruppen übungsshalber knifflige Fragen.



Dieser Mönch mit seinem Thema, dem Ringnebel M57, ist übrigens ein „Rinpoche“, d.h. nach tibetischer Überzeugung die Reinkarnation eines berühmten Lamas – in diesem Fall

² www.stellarium.org/ Stellarium is a planetarium software that shows exactly what you see when you look up at the stars. It's easy to use, and free.

eines Gelehrten, der vor vielleicht 30 Jahren in einem chinesischen Gefängnis starb.

Die Vorbereitung und die Ausstellung selber waren schöne Erfahrungen. Das eigenverantwortliche Lernen auf das Projektziel Ausstellung hin hatte einen grossen Lerneffekt.

Die Arbeit mit grafikfähigen Rechnern im Unterricht³

Die Mathematik-Kenntnisse der Mönche sind sehr dürftig und in der kurzen Zeit, da wir ihnen, beginnend bei den einfachen Grundoperationen, etwas beibringen können, lässt sich kein sehr solides Fundament des mathematischen Verständnisses aufbauen. Sie sind interessiert daran, insbesondere Geometrie, Algebra und das Entdecken der Eigenschaften einfacher Funktionen finden Anklang. Ich konnte beobachten, dass manche an mathematischen Strukturen Freude haben.



Ich habe auch versucht auszuloten, ob elektronische Hilfsmittel wie etwa grafikfähige Taschenrechner eine Hilfe beim Entdecken solcher Strukturen sein könnten. Ich denke ja, denn beim Kennenlernen einfacher Funktionen bis hin zur Sinusfunktion z.B. wurden sie durch die Möglichkeiten der Rechner zu einer spielerischen Erforschung des Funktionsverhaltens angeregt, von der auch unser indischer Lehrer angesteckt wurde.

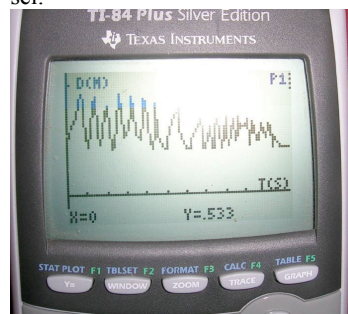
Da läge noch ein weites Feld zu erkunden: Man müsste einen speziellen Mathematikurs für Mönche entwerfen, bei der viel Gewicht

³ Die Firma Texas Instruments stellte dem Projekt TI84-Rechner, CBL/CBR Mess-Systeme und einen projizierbaren Bildschirm kostenlos zur Verfügung.

auf Strukturen, Prozesse, geometrische Anschauung, Algorithmen, aber auch Abschätzungen gelegt würde und der sich stark auf grafikfähige Rechner abstützen würde.

Die graphische Darstellung von Bewegungen, wie sie mit dem CBR möglich ist, fand grossen Anklang und führte auf sehr engagierte Diskussionen. Zwei Beispiele sind mir noch in guter Erinnerung: Einmal warfen wir ein Sitzkissen (jeder Mönch trägt ein solches mit sich herum) in die Höhe und verfolgten seine Bewegung, die sich ja auf dem Bildschirm als eine nach unten geöffnete Parabel zeigt. Sehr lebhaft wurde die Frage diskutiert, ob das Kissen im obersten Punkt einen kurzen Moment stillsteht oder nicht – durch Abtasten der Parabel mit dem Cursor konnten wir aber experimentell feststellen, dass es keinen solchen Stillstand gab, was die Mönche sehr zu befriedigen schien. Erst heute, beim Schreiben dieser Zeilen, kommt mir in den Sinn, dass ja nach buddhistischer Sichtweise sich alles ständig ändert, im Wechselspiel von Ursache und Wirkung ständig im Fluss ist – vielleicht passte unsere experimentelle Beobachtung sehr gut in das Weltbild meiner Mönche!

Ein anderes Beispiel: Ich schwang eine Styroporplatte (hier heisst sie „Thermocool“) hin und her um zu zeigen, wie sich diese Bewegung graphisch äussert. Als ich dann aber im Eifer die Frequenz erhöhen wollte, zerbrach das Ding plötzlich und es entstand eine lebendige Diskussion darüber, wo jetzt in der Graphik der Moment des Brechens genau ablesbar sei:



Experimentieren à la Wagenschein

Im Klosterdorf hat es zwei Internet-Cafés, die von den Mönchen rege benutzt werden. Eine Zeitlang, nachdem ich sie in das Programm

EarthGoogle eingeführt hatte, herrschte im Dorf ein „virtuelles Reise-Fieber“ und es war berührend zu sehen, wie Mönche, die ihre Heimat Tibet vor 15 oder 20 Jahren verlassen hatten, nun auf den Satellitenaufnahmen sogar das Haus erkennen konnten, in dem sie geboren waren und wo ihre Familie noch wohnte, die sie seither nie mehr gesehen hatten. Aber nicht alles geschieht im Projekt *Science meets Dharma* mit Hilfe von Elektronik – auch das einfache Experimentieren und die sinnliche Erfahrung à la Wagenschein hat im Kloster Platz:



Hier entdecken die Studenten, wie die Dimensionen eines Leiters das Fließen des elektrischen Stromes beeinflusst, indem sie Bleistiftstriche mit verschiedenen Geometrien zeichnen und die Stromstärke messen.

Und in den letzten beiden Bildern ist es nicht ein Ritual, das da vor dem Tempel abgehalten wird, sondern es geht um die Messung der Schallgeschwindigkeit mit einfachsten Mitteln (mit erstaunlich „gutem“ Resultat!).



Es wäre noch mehr zu berichten, aber ich will mich hier im schmalen VSMP-Journal nicht zu breit machen. Wer mehr wissen will, kann sich auf meiner Homepage umsehen oder Informationswünsche per email schicken.

Heiri Schenkel

<http://www.educare.ch>
heiri@educare.ch

„Grisha Perelman und die Poincaré-Vermutung“ von Markus Kriener

Im letzten Bulletin, Nummer 104, Juni 2007, haben wir einen Artikel von Markus Kriener über „Grisha Perelman und die Poincaré-Vermutung“ publiziert. Leider sind uns dabei Fehler unterlaufen beim Kompilieren des LaTeX Dokuments und Einbeziehen der externen Literaturdatenbank. Als Folge hatte der Artikel kein Literaturverzeichnis und statt Literaturhinweisen nur eingeklammerte Fragezeichen. Leider wurden wir auf dieses Missgeschick erst bei der gedruckten Version aufmerksam – zu spät.

Auf unserer Webseite der DMK (www.vsmf.ch/dmk/index.html) haben wir Ihnen nun die vollständige Version dieses Artikels zugänglich gemacht. Diese finden Sie dort unter dem Link „Korrigierter Artikel aus dem letzten Bulletin“ als pdf Dokument.

Wir entschuldigen uns bei Ihnen und bei Markus Kriener für diese ärgerliche Nachlässigkeit unsererseits. Laden Sie sich die korrigierte Version runter, denn ein Weiterlesen in der zitierten Literatur lohnt sich sehr.

Christian Rüede für die DMK

DPK

Reflexionen an Christbaumkugeln

Martin Lieberherr

Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Meine Frau, die auch Physik unterrichtet, zeigt mir nie ihre Aufgaben. "Immer findsch an Fähler, du Tüpfelschisser!" Diesmal war es bei einer harmlosen Aufgabe zu einem Kugelspiegel: Wo sieht man das Bild, wenn sich der Gegenstand 15 cm vor einem Kugelspiegel mit 10 cm Radius befindet? (Oder so ähnlich, denn eine Millisekunde später hatte sie mir das Blatt aus der Hand gerissen.) Und ich sagte ihr, das könne Sie doch selbst nicht lösen, weil sie nicht geschrieben habe, wo der Beobachter stehe. Und schon war sie eingeschnappt. Und ich hatte das Problem, dass mich die Aufgabe interessierte, dabei hätte ich Prüfungen korrigieren sollen!

Problemstellung

Stellen Sie sich einen Christbaum vor, behangen mit spiegelnden Glaskugeln und besteckt mit brennenden Kerzen. Wo sieht man die Spiegelbilder der Kerzen?

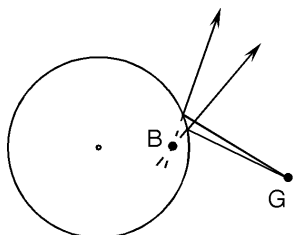


Abbildung 1: Zwei benachbarte Lichtstrahlen gehen von der Kerze (Gegenstand G) aus und werden an der Kugel reflektiert. Die rückwärts verlängerten, benachbart reflektierten Strahlen schneiden sich im virtuellen Bildpunkt B.

Lösung

Um die Rechnung zu vereinfachen, nehmen wir an, dass die Kerze sehr weit weg sei. Dann treffen die Lichtstrahlen parallel auf die Kugel (Abb. 2).

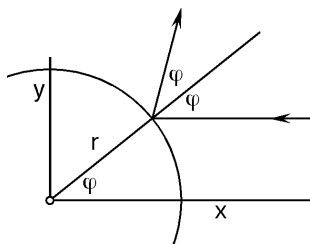


Abbildung 2: Parallel einfallende Strahlen treffen unter dem Winkel φ auf die Kugel mit Radius r . Die Auftreffstelle hat die Koordinaten $(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$. Der reflektierte Strahl hat Geradensteigung $\tan(2\varphi)$.

Der reflektierte Strahl (Abb. 2) wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y = \tan(2\varphi) \cdot (x - r \cos \varphi) + r \sin \varphi \quad (G1)$$

Damit wir das Bild auf diesem Strahl lokalisieren können, benötigen wir einen

zweiten Strahl, der vertikal leicht (infinitesimal) versetzt ist:

$$y = \tan(2\varphi + 2d\varphi) \cdot (x - r \cos(\varphi + d\varphi)) + r \sin(\varphi + d\varphi)$$

Mit den Summenformeln der trigonometrischen Funktionen folgt:

$$y = \frac{\tan(2\varphi) + \tan(2d\varphi)}{1 - \tan(2\varphi)\tan(2d\varphi)} \cdot (x - r(\cos\varphi \cos d\varphi - \sin\varphi \sin d\varphi)) + r(\sin\varphi \cos d\varphi + \cos\varphi \sin d\varphi)$$

Mit der Näherung für kleine Winkel erhalten wir:

$$y = \frac{\tan(2\varphi) + 2d\varphi}{1 - \tan(2\varphi) \cdot 2d\varphi} \cdot (x - r(\cos\varphi - \sin\varphi \cdot d\varphi)) + r(\sin\varphi + \cos\varphi \cdot d\varphi)$$

$$y = (\tan(2\varphi) + 2d\varphi) \cdot (1 + \tan(2\varphi) \cdot 2d\varphi) \cdot (x - r \cos\varphi + r \sin\varphi \cdot d\varphi) + r \sin\varphi + r \cos\varphi \cdot d\varphi$$

Multiplizieren wir aus und behalten nur Terme in erster Ordnung in $d\varphi$, so folgt:

$$y = (\tan(2\varphi) + \tan^2(2\varphi) \cdot 2d\varphi + 2d\varphi) \cdot (x - r \cos\varphi + r \sin\varphi \cdot d\varphi) + r \sin\varphi + r \cos\varphi \cdot d\varphi$$

$$y = \tan(2\varphi) \cdot (x - r \cos\varphi) + r \sin\varphi +$$

$$+ \tan(2\varphi) \cdot r \sin\varphi \cdot d\varphi + (\tan^2(2\varphi) \cdot 2d\varphi + 2d\varphi) \cdot (x - r \cos\varphi) + r \cos\varphi \cdot d\varphi \quad (G2)$$

Schneiden wir die zwei Strahlen (G1 und G2), so erhalten wir:

$$0 = \tan(2\varphi) \cdot r \sin\varphi + 2 \cdot (\tan^2(2\varphi) + 1) \cdot (x - r \cos\varphi) + r \cos\varphi$$

$$x = r \cos\varphi - \frac{r \tan(2\varphi) \sin\varphi + \cos\varphi}{2 \tan^2(2\varphi) + 1} \quad (G3)$$

Die y-Koordinate erhalten wir, wenn wir (G3) in (G1) einsetzen. Damit können wir den geometrischen Ort der Bildpunkte graphisch darstellen (Abb. 3).

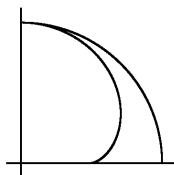


Abbildung 3: Ein Viertel der Christbaumkugel mit der Kurve, auf der die Bildpunkte liegen. Der geometrische Ort aller Bildpunkte ist eine spezielle Epizykloide, eine Nephroide. Die Nephroide ergibt sich als Kaustik, wenn man die Innenseite einer zylindrischen Kaffeetasse mit parallelem Licht bestrahlt. Es sind dieselben Reflexionswinkel wie bei Spiegelung an der Aussenseite.

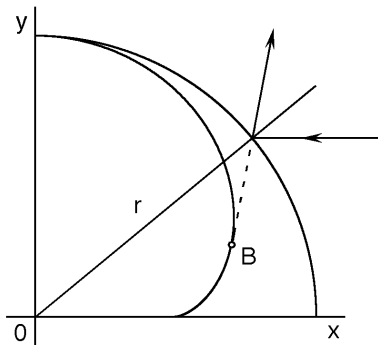


Abbildung 4: Dort, wo der rückwärts verlängerte, reflektierte Strahl die Kurve berührt, befindet sich der Bildpunkt B. Man hätte die Kurve in der Christbaumkugel auch als Hüllkurve aller reflektierten Strahlen berechnen können. Es ist eine Epizykloide mit der Parameterdarstellung

$$\frac{x}{r} = \frac{3}{4} \cos\varphi - \frac{1}{4} \cos(3\varphi) \quad (\text{äquivalent zu G3})$$

$$\frac{y}{r} = \frac{3}{4} \sin\varphi - \frac{1}{4} \sin(3\varphi)$$

Wir wollen nun die Rechnung etwas verallgemeinern und auch Gegenstände in

endlichem Abstand zulassen (Abb. 5)

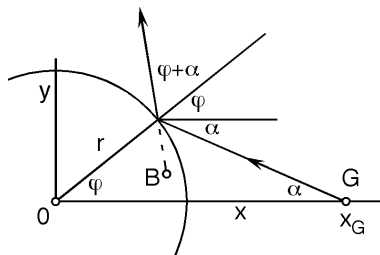


Abbildung 5: Ein Gegenstandspunkt G befindet sich in endlichem Abstand vor der Christbaumkugel. Der Gegenstand habe die Koordinaten $(x_G, 0)$ wobei der Ursprung des Koordinatensystems im Kugelzentrum liegt. Der Bildpunkt B liegt irgendwo auf der Verlängerung des reflektierten Strahls. Dieser Strahl wird durch den Beobachter ausgewählt.

Der reflektierte Strahl (Abb. 5) gehorcht folgender Gleichung:

$$y = \tan(2\varphi + \alpha) \cdot (x - r \cos \varphi) + r \sin \varphi$$

Die gleiche Rechnung wie mit (G1) und (G2) habe ich hier numerisch durchgeführt.

Man erhält eine Kurvenschar wie in Abb. 6. Der Scharparameter ist die Koordinate x_G des Gegenstands.

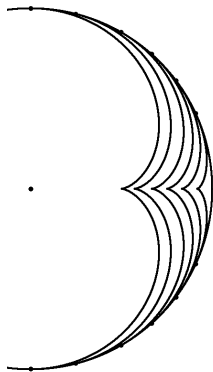


Abbildung 6: Kurven, auf denen die Bildpunkte liegen können, numerisch berechnet für die Gegenstandskoordinaten $x_G = \infty$, $x_G = 4 \cdot r$, $x_G = 2 \cdot r$, $x_G = 1.5 \cdot r$, $x_G = 1.25 \cdot r$ und $x_G = 1.1 \cdot r$ (Abb. 5).

Die Kurven enden auf der Kugel, die Endpunkte sind etwas fetter markiert. Die Kurven sind keine Nephroiden mehr.

Fragen: Wie kann man die Position des Gegenstands bestimmen resp. wie findet man heraus, welche Kurve zu welcher Gegenstandsposition gehört?

Wie kann man mit Hilfe der Kurvenscharen die Position des Bildes abschätzen?

Bemerkung

Die Spiegelung von Licht an der Christbaumkugel hat nichts mit der mathematischen Kreisspiegelung (Inversion am Kreis) zu tun, weil sich Bild und Gegenstand normalerweise auf verschiedenen Geraden durch den Kugelmittelpunkt befinden. Ist die Bezeichnung wenigstens zutreffend, wenn der Beobachter hinter dem Gegenstand steht (d.h. wenn der Beobachter sich auf der x-Achse befindet)?

Die Inversion am Kreis ist dann definiert durch die Beziehung:

$$x_B \cdot x_G = r^2$$

Die Optik liefert einen Bildpunkt bei $x_B = r/2$ (Brennpunkt), falls der Gegenstand sich bei $x_G = \infty$ befindet. Die Inversion am Kreis bildet aber einen unendlich fernen Punkt ins Kreiszentrum ab! Die Kreisspiegelung hat nichts mit der Reflexion von Licht zu tun. (Mindestens nicht so offensichtlich, wie ich es erwarten würde.)

SWISS YOUNG PHYSICISTS' TOURNAMENT (28./29. MÄRZ 2008)

SAMUEL BYLAND, MNG RÄMIBÜHL, 8001 ZÜRICH

Wie kann die Bewegung eines zu Boden gleitenden Ahornsamens beschrieben werden? Warum bleibt beim Trocknen eines Kaffeeflecks auf der Unterlage ein dunkler Rand zurück? Wie funktioniert ein Geysir? – Dies sind drei der insgesamt 17 Problemstellungen für das *International Young Physicists' Tournament* (IYPT) 2008 in Split (Kroatien). Nach dem Gewinn einer Bronzemedaille beim diesjährigen Turnier soll der Abstand auf die Spitzenteams in den kommenden Jahren weiter verringert werden. Erstmals wird deshalb Ende März ein nationales Turnier stattfinden.

Beim IYPT handelt es sich um einen Physikwettbewerb für naturwissenschaftlich interessierte Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II. Hervorgegangen aus einem nationalen Turnier der ehemaligen Sowjetunion, nehmen mittlerweile Teams aus ca. 30 Ländern von allen Kontinenten regelmässig daran teil. Im Vorfeld des Turniers gilt es, zu den vorgegebenen Problemen (siehe folgende Seite) Lösungen zu erarbeiten, welche sowohl theoretisch als auch experimentell überzeugen können. Am eigentlichen Wettkampf treffen jeweils drei Teams in mehreren sogenannten *Physics Fights* aufeinander: Das Präsentationsteam stellt seine Lösung zu einem der Probleme vor, das Herausfordererteam bestimmt das Problem und hinterfragt in einem längeren Streitgespräch den Lösungsvorschlag kritisch, das Reviewerteam beurteilt schliesslich die Leistungen der beiden anderen. Alle drei Teams werden von einer Fachjury benotet. Der ganze Wettkampf findet natürlich in englischer Sprache statt.

Um möglichst viele Schweizer Schülerinnen und Schüler an dieser grossartigen Idee teilhaben zu lassen, organisiert der Verein Pro IYPT-CH im nächsten Jahr erstmals ein nationales Turnier nach dem Vorbild des IYPT. Am **28. und 29. März 2008** werden sich Dreierenteams von hoffentlich möglichst vielen Schulen am **MNG Rämibühl** in Zürich gegenüberstehen und in spannenden *Physics Fights* gegenseitig fordern. Den besten Teilnehmerinnen und Teilnehmern des *Swiss Young Physicists' Tournament* (SYPT) winkt die Teilnahme am internationalen Turnier in Split (Ende Mai 2008).

Obwohl eine gewisse Begabung für Physik natürlich Grundvoraussetzung ist, sind für eine erfolgreiche Teilnahme am SYPT/IYPT viele weitere Eigenschaften wie Teamgeist, gute kommunikative Fähigkeiten oder Durchhaltevermögen wichtig. Erfahrungsgemäss spricht das Turnier besonders auch Schülerinnen an. Das Schweizer Team durfte in letzter Zeit immer auf starke Frauen zählen. In diesem Jahr waren die Herren sogar erstmals in der Unterzahl.

Bei der Vorbereitung ist es für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer natürlich von Vorteil, wenn sie auf Unterstützung an ihrer Schule zählen können. Im Idealfall kann dazu ein bestehendes Gefäss (z.B. Schwerpunkts- oder Ergänzungsfach, Projektunterricht, etc.) genutzt werden. Pro IYPT-CH organisiert bei Bedarf betreute Vorbereitungstage in Zürich. Auch die ETH Zürich ist bereit, experimentelle und fachliche Hilfestellung zu leisten und so den Schülerinnen und Schülern einen Einblick in „richtige“ Forschung zu vermitteln.

Damit das erste SYPT ein Erfolg wird, sind wir darauf angewiesen, dass Physiklehrpersonen an möglichst vielen Schulen aktiv auf Schülerinnen und Schüler zu gehen und diese zum Mitmachen motivieren. Dass sich der Aufwand lohnt, bezeugen alle, die schon einmal involviert waren.

Unsere Website (www.sypt.ch) enthält weitere Informationen zum SYPT, z.B. das Turnierreglement. Fragen und Anmeldungen können über die Website oder per E-Mail direkt an mich gerichtet werden. Lehrpersonen, die aktiv am SYPT mitarbeiten möchten, wenden sich ebenfalls bitte an mich.

SWISS YOUNG PHYSICISTS' TOURNAMENT

MNG Rämibühl Zürich, 28./29. März 2008

Anmeldung bis 31. Dezember 2007 an Samuel Byland (samuel.byland@sypt.ch)



Swiss Young
Physicists' Tournament
Where tomorrow's scientists meet.

PROBLEMS FOR THE SYPT/IYPT 2008

1. **Tipcat:** Place a small wooden stick over the edge of a desk. Hit the end of the stick overhanging the table so that it flies away. How is the flight distance related to the relevant parameters? What is the condition for a maximum horizontal distance?
2. **Winged Seed:** Investigate the motion of falling winged seeds such as those of the maple tree.
3. **Pinhole Camera:** Study the characteristics of a pinhole camera and find the conditions for the camera to achieve optimum image quality.
4. **Cymbal:** Discharging an electronic flash unit near a cymbal will produce a sound from the cymbal. Explain the phenomenon and investigate the relevant parameters.
5. **Voltaic Cell:** Make a voltaic cell using paper tissues as a salt bridge. Study and explain how the electromotive force of this battery depends on time.
6. **Liquid Stain:** When a drop of liquid such as coffee dries on a smooth surface, the stain usually remains at the edge of the drop. Investigate why the stain forms at the edge and what parameters affect the characteristics of the stain.
7. **Making a Splash:** A solid object is dropped into water from a height of 50 cm. Investigate the factors that would minimise the splash.
8. **Astroblaster:** When a large ball is dropped, with a smaller one stacked on top of it, onto a hard surface, the smaller ball will often rise much higher than it would if dropped onto the same surface by itself while the larger ball hardly bounces at all. Investigate this phenomenon and design a multiple-ball system, using up to 4 balls, that will reach the greatest elevation of the top ball.
9. **Flute:** Drill a hole into the side of a tube that is open at one end and produce a sound by blowing the open end. Investigate the pitch and timbre of the sound of your flute and how they depend on the position and the diameter of the hole.
10. **Kaye Effect:** When a stream of shampoo is poured onto a surface, a small stream of liquid occasionally leaps out. This effect lasts less than a second but occurs repeatedly. Investigate this phenomenon and give an explanation.
11. **Gutter:** When a thin layer of water flows along an inclined gutter, different wave patterns are sometimes observed. Study this phenomenon.
12. **Geysir:** Support a long, vertical tube containing water. Heat the tube directly from the bottom and you will observe that the water erupts. Arrange for the water to drain back into the tube to allow repeated eruptions. Investigate the parameters that affect the time dependence of the process.
13. **Spinning Ice:** Pour very hot water into a cup and stir it so the water rotates slowly. Place a small ice cube at the centre of the rotating water. The ice cube will spin faster than the water around it. Investigate the parameters that influence the ice rotation.
14. **Faraday Generator:** Construct a homopolar electric generator. Investigate the electrical properties of the device and find its efficiency.
15. **Gelation:** Hot gelatine solution becomes a gel upon cooling. Investigate the electric conductivity as a function of temperature as it gels. Explain the results obtained.
16. **Black Spoon:** Blacken a spoon using a candle flame. If you immerse the spoon in water, it appears glossy. Investigate the phenomenon and determine the optical properties of such a "mirror".
17. **Heat Engine:** Build a heat engine powered only by the difference between the day and night air temperatures without using direct sunlight. Determine its efficiency.



Leonhard Eulers Differentialkalkül (Teil 1)

Stefan Peer*

September 2007

1 Einleitung

Bereits ein flüchtiger Blick in die Literatur zeigt, dass sich Fachleute jedweder Profession, also sowohl Mathematiker als auch Wissenschaftshistoriker, uneins sind in der Beurteilung von EULERS Leistungen auf dem Gebiet der Differentialrechnung. Zwar sind Meinungsverschiedenheiten, die den Rang, die Interpretation oder die Wirkungsgeschichte wissenschaftlicher Arbeiten betreffen, beileibe nichts aussergewöhnliches. Doch überrascht in diesem Fall das Ausmass des Dissenses. Insbesondere zwei Problembereiche sind von diesem Phänomen betroffen: Die Frage nach der Originalität von EULERS Methoden und Verfahren sowie das Problem der Strenge und Genauigkeit in seinen Begriffsbildungen.

Was den ersten Problembereich betrifft, sehen einige Rezipienten EULERS hauptsächlichliches Verdienst darin, LEIBNIZ' Programm weiterentwickelt und zu einem (vorläufigen) Höhepunkt gebracht zu haben. Dieser Sichtweise schliesst sich unter anderen BOURBAKI mit der Bemerkung an, dass EULER „den Leibnizschen Formalismus zum Äussersten treibt“ und „das Werk von Leibniz“ vollende.¹ Andere billigen EULER weit mehr Eigenständigkeit zu. So sieht BOYER in seinen Werken den *locus classicus* für die einsetzende Algebraisierung der Analysis:

„Most of his predecessors had considered the differential calculus as bound up with geometry, but Euler made the subject a formal theory of functions which had no need to revert to diagrams or geometrical conceptions.“²

„It [the formalistic tendency which his work inaugurated] also made more acceptable the arithmetic interpretation which was later to clarify the calculus through the limit concept which Euler himself neglected.“³

Was die Frage nach der Strenge und Genauigkeit der Begriffsbildungen anbelangt, steht seit EULERS Zeiten vor allem seine Konzeption der infinitesimalen Grössen in der Kritik. So schreibt BELL:

*Der Autor dieses Textes lebt in Zürich und unterrichtet Mathematik an der Kantonsschule Baden. In seiner Freizeit beschäftigt er sich unter anderem mit Philosophie, Wissenschaftsgeschichte und Wissenschaftstheorie.

¹Nicolas Bourbaki, *Elemente der Mathematikgeschichte* (1971), S. 229.

²Carl B. Boyer, *The History of the Calculus and its Conceptual Development* (1939/49), S. 243.

³Ebd., S. 246.

„His [EULER’s] differentials are first and last absolute zeros whose ratios by some incomprehensible spiritualism materialize in finite, determinate numbers. As the usually courteous LAGRANGE observed, EULER’s calculus does not make sense.“⁴

Nicht alle Autoren sind mit BELL der Meinung, dass es beim Rechnen mit EULERS Differentialen nicht mit rechten Dingen zugeht. Seine Auffassung der Differentiale als Nullen habe zwar keinen entscheidenden Einfluss auf die weitere Entwicklung der Analysis ausgeübt, meint JUSCHKEWITSCH, doch leide sein Rechnen mit den Nullen „auch nicht an den logischen Gebrechen, die bisweilen in ihm gefunden werden.“⁵

Im Folgenden gebe ich eine knappe Darstellung einiger zentraler Ideen und Methoden des Differentialkalküls, wie sie in EULERS berühmten Lehrbüchern, der *Introductio in analysin infinitorum* (1748) und den *Institutiones calculi differentialis* (1755), enthalten sind. Dabei soll deutlich werden, welche Rolle EULERS Interpretation der Differentiale als absolute Nullen in seinem Kalkül spielt.

2 Introductio in analysin infinitorum

EULERS *Introductio* verfolgt im Wesentlichen den gleichen Zweck wie heutige Lehrbücher, die im angelsächsischen Sprachraum dann oft mit „Precalculus“ überschrieben sind: Dem Leser soll eine gründliche Einführung in die Begriffe und Verfahren gegeben werden, die für das nachfolgende Studium der Differential- und Integralrechnung unentbehrlich sind. Soweit ich die Literatur überblicke, war EULER der erste, der dabei den Begriff der Funktion ins Zentrum stellte, dadurch die bis anhin vorherrschende geometrische Terminologie aus der Analysis verbannte und zu einer weitgehenden Algebraisierung dieser Disziplin beitrug. Im Vorwort zur *Introductio* schreibt er:

„Während also die gesamte Analysis des Unendlichen von den veränderlichen Zahlgrößen und deren Funktionen handelt, nehme ich im ersten Teil hauptsächlich die Funktionen zum Gegenstand einer ausführlichen Untersuchung und zeige, wie man dieselben umformen, zerlegen und in unendliche Reihen entwickeln kann.“⁶

Den Funktionsbegriff erbt EULER zweifelsohne von seinem Lehrer JOHANN BERNOULLI. Zwar findet sich die früheste dokumentierte Verwendung der Bezeichnung „Funktion“ in einem mathematischen Kontext bei LEIBNIZ, nämlich in seiner unveröffentlichten Abhandlung *Methodus tangentium inversa, seu de functionibus* (1673). Doch hatte dieser Ausdruck dort noch eine alltagssprachliche, unspezifische Bedeutung im Sinne von „funktionell“, d. h. als Aufgabe oder Wirkungsweise eines Teiles innerhalb eines Ganzen. Erst im Verlauf eines Briefwechsels zwischen LEIBNIZ und BERNOULLI (1694–1698) bekam das Wort „Funktion“ allmählich die Bedeutung einer beliebigen Größe X , die in

⁴Eric T. Bell, *The Development of Mathematics* (1945), S. 288.

⁵Adolf P. Juschkewitsch, „Euler und Lagrange über die Grundlagen der Analysis“, in: Kurt Schröder (Hg.), *Sammelband der zu Ehren des 250. Geburtstages Leonhard Eulers der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegten Abhandlungen* (1959), S. 224–244, hier: S. 244.

⁶Leonhard Euler, *Einleitung in die Analysis des Unendlichen*. Ins Deutsche übertragen von H. Maser (1885).

irgendeiner Weise von einer Veränderlichen x abhängt. Schliesslich präsentierte BERNOULLI 1718 in den Abhandlungen der Pariser Académie des Sciences die historisch erste, verbürgte Definition:

„On appelle fonction d’une grandeur variable une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes.“⁷

EULER schliesst sich im ersten Kapitel der *Introductio* der Definition seines Lehrers bis auf eine einzige Abweichung Wort für Wort an; er bestimmt die Funktion nicht als eine Quantität, sondern als einen analytischen Ausdruck (§4). Ausserdem weitet er in §3 den Argumentbereich auf imaginäre Zahlen aus. Den Begriff des analytischen Ausdrucks expliziert EULER in §6, indem er dort die Operationen aufzählt, die bei der Zusammensetzung von Grössen und Konstanten zulässig sind: die Grundrechenoperationen, das Lösen impliziter algebraischer Gleichungen, die elementaren transzendenten Operationen und die Integration. Damit hat der EULERSche Funktionsbegriff im Wesentlichen die gleiche Extension wie der heutzutage gebräuchliche Begriff der bis auf isolierte Singularitäten auf ganz \mathbb{C} analytischen Funktion.

Wie wir sehen werden, beruht EULERS Differentialkalkül darauf, dass sich prinzipiell jede in seinem Sinn verstandene Funktion in einer Potenzreihe entwickeln lässt. Beweisen kann er diese Gesetzmässigkeit nicht, doch versichert er dem Leser der *Introductio*, dass er diese Wahrheit nicht zu bezweifeln brauche. Es ist zweckmässig, an Hand eines konkreten Beispiels einige der Begriffe und Verfahren aufzuzeigen, die EULER bei Reihenentwicklungen anwendet. Meine Wahl fällt dabei auf eine prominente Passage der *Introductio*, nämlich das 7. Kapitel des 1. Bandes, wo EULER die Entwicklung der Logarithmen zur Basis $a > 1$ herleitet und die heute nach ihm benannte Basis e einführt. Zu Beginn (§114) linearisiert EULER die Exponentialfunktion zur Basis a an der Argumentstelle Null in infinitesimaler Weise, um es in der heutigen Sprechweise auszudrücken. Zu diesem Zweck führt er eine infinitesimale Grösse ω ein, in seinen Worten „eine unendlich kleine Zahl oder ein beliebig kleiner, jedoch von 0 verschiedener Bruch“. Und „da $a^0 = 1$ ist, und mit wachsendem Exponenten zugleich auch der Wert der Potenz zunimmt“, gilt

$$a^\omega = 1 + k\omega \tag{1}$$

beziehungsweise

$$\omega = \log(1 + k\omega), \tag{2}$$

„sofern wir a als Basis der Logarithmen nehmen“. Der endliche Wert von k hängt dabei „offenbar von der Grösse von a “ ab. Anschliessend (§115) setzt EULER Gleichung (1) in die i -te Potenz, entwickelt die rechte Seite der Gleichung nach dem binomischen Satz und erhält, „welche Zahl man auch für i setzen möge“:

$$a^{i\omega} = 1 + \frac{i}{1}k\omega + \frac{i(i-1)}{1 \cdot 2}kk\omega\omega + \frac{i(i-1)(i-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}k^3\omega^3 + \dots \tag{3}$$

„Setzt man nun $i = \frac{z}{\omega}$, wobei z irgend eine endliche Zahl bedeuten soll, so wird i , weil ω eine unendlich kleine Zahl ist, unendlich gross [...]“. Mittels der

⁷Johann Bernoulli, „Remarques sur ce qu’on a donné jusqu’ici de solutions des problèmes sur les isopérimètres“, in: *Opera omnia*, vol. II (1742), hier: S. 241.

Substitution von z für $i\omega$ in (3) erhält EULER für jede beliebige Zahl z die Potenzreihe

$$a^z = 1 + \frac{1}{1}kz + \frac{1(i-1)}{1 \cdot 2i}kkzz + \frac{1(i-1)(i-2)}{1 \cdot 2i \cdot 3i}k^3z^3 + \frac{1(i-1)(i-2)(i-3)}{1 \cdot 2i \cdot 3i \cdot 4i}k^4z^4 + \dots \quad (4)$$

„Da aber i eine unendliche Zahl ist, so wird $\frac{i-1}{i} = 1$; denn offenbar nähert sich der Wert des Bruches $\frac{i-1}{i}$ immer mehr der Einheit, je grösser die Zahl ist, die man für i setzt [...]. Aus demselben Grund aber wird $\frac{i-2}{i} = 1$, $\frac{i-3}{i} = 1$ u. s. w.“ (§116). Diese Grenzwertbetrachtung führt EULER ausgehend von (4) zur Potenzreihe für die Exponentialfunktion und, indem er $z = 1$ setzt, auf den logarithmischen Zusammenhang zwischen k und der Basis a :

$$a = 1 + \frac{k}{1} + \frac{kk}{1 \cdot 2} + \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{k^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots \quad (5)$$

Um die Logarithmen zu einer Basis a in unendliche Reihen entwickeln zu können, multipliziert EULER die Gleichung (2) mit i , was $i\omega = \log(1+k\omega)^i$ liefert, und merkt an: „[...] wenn man i geradezu unendlich gross annimmt, so wird der Wert der Potenz $(1+k\omega)^i$ jede beliebige Zahl, die grösser als 1 ist, erreichen können. Setzt man daher $(1+k\omega)^i = 1+x$, so wird $\log(1+x) = i\omega$ [...]“ (§118). Aus $(1+k\omega)^i = 1+x$ folgt

$$i\omega = \frac{i}{k} \left((1+x)^{\frac{1}{i}} - 1 \right)$$

und so erhält EULER

$$\log(1+x) = \frac{i}{k} \left((1+x)^{\frac{1}{i}} - 1 \right). \quad (6)$$

Die binomische Entwicklung von $(1+x)^{\frac{1}{i}}$ ergibt

$$(1+x)^{\frac{1}{i}} = 1 + \frac{1}{i}x - \frac{1(i-1)}{i \cdot 2i}xx + \frac{1(i-1)(2i-1)}{i \cdot 2i \cdot 3i}x^3 - \frac{1(i-1)(2i-1)(3i-1)}{i \cdot 2i \cdot 3i \cdot 4i}x^4 + \dots, \quad (7)$$

und „weil i eine unendlich grosse Zahl ist“, mithin also „ $\frac{i-1}{2i} = \frac{1}{2}$, $\frac{2i-1}{3i} = \frac{2}{3}$, $\frac{3i-1}{4i} = \frac{3}{4}$ u. s. w.“, folgt aus (6) und (7) die Reihenentwicklung

$$\log(1+x) = \frac{1}{k} \left(\frac{x}{1} - \frac{xx}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \right) \quad (8)$$

(siehe §119). Schliesslich setzt EULER in §122 für k den Wert 1, berechnet mittels (5) die ersten 23 Dezimalen der korrespondierenden Basis, führt für diese den noch heutzutage gebräuchlichen Bezeichner „ e “ ein und erwähnt, dass „die auf Grund dieser Basis berechneten Logarithmen [...] natürliche oder hyperbolische Logarithmen genannt [werden], weil die Quadratur der Hyperbel durch solche Logarithmen ausgeführt werden kann.“

Was sind nun die zentralen Begriffe und Verfahrensweisen, auf die EULER bei der Herleitung von Potenzreihen zurückgreift? Erstens spielt der Begriff der

unendlich kleinen und derjenige der unendlich grossen Zahl eine wichtige Rolle. Entscheidend ist dabei insbesondere, dass sich jede endliche Zahl als das Produkt einer unendlich kleinen mit einer geeigneten, unendlich grossen Zahl auffassen lässt, und dass für jede unendlich grosse Zahl i stets $\frac{i-n}{i} = 1$ ist, sofern n einen endlichen Wert hat. Bemerkenswert ist, dass EULER keine einheitliche Terminologie durchhält: An gewissen Stellen ist anscheinend von aktual-unendlichen Zahlen die Rede, in anderen Passagen wird hingegen das Unendliche mittels eines Grenzprozesses als eine potentielle Entität aufgefasst. Wer nun hofft, in der *Introductio* eine nähere Begriffsbestimmung zu finden – sei es in Form einer Erläuterung oder gar einer Definition – oder auf ein Postulat zu stossen, das die Regeln für das Rechnen mit unendlichen Zahlen festlegt, wird enttäuscht. EULER weist im Vorwort bloss kurz und bündig darauf hin, dass er in der *Introductio* viele Fragen erledigt habe, „durch welche der Leser mit dem Begriff des Unendlichen allmählich, und ohne es selbst zu merken, vertraut wird.“ Zweitens setzt EULER geschickt das Verfahren der infinitesimalen Linearisierung ein. Ein Manuskript mit dem Titel *Johannis Bernoullii lectiones de calculo differentia- lium* (1691/92), das der Basler Mathematiker für seinen Schüler MARQUIS DE L'HÔPITAL verfasste, beginnt mit drei Postulaten, wobei hier nur das zweite von Interesse ist. Es besagt, dass jede krumme Linie aus unendlich vielen Geraden bestehe, die selbst unendlich klein seien. Diese Postulate und ihre Anwendungen wurden schliesslich einem breiten, mathematisch gebildeten Publikum durch das erste publizierte Lehrbuch zur Differentialrechnung bekannt, nämlich DE L'HÔPITALS *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, das 1696 veröffentlicht wurde. Offensichtlich bildet das zweite Postulat die Grundlage für infinitesimale Linearisierungen. Dies wird deutlich, wenn man sich vergegenwärtigt, dass die endliche Zahl k in (1) nur von a , nicht jedoch von ω abhängt; Beziehung (1) gilt somit für jede unendlich kleine Zahl ω . Drittens verwendet EULER die Verallgemeinerung des binomischen Satzes auf beliebige reelle Exponenten, die auf NEWTON zurückgeht. NEWTONS 1669 vollendete, aber erst 1711 gedruckte Abhandlung *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* ist das eigentliche Gründungsdokument für die Untersuchung unendlicher Reihen, wobei sich die dazu gehörenden Konvergenztheorien erst im 19. Jahrhundert ausbildeten. Auch EULER ist sich nicht bewusst, dass – in unserer Terminologie – der Konvergenzradius in (7) den Wert 1 hat, sieht man einmal von der Schwierigkeit ab, dass der auftretende Exponent $\frac{1}{i}$ unendlich klein ist. Dies zeigt sich auf Grund seiner Ausführungen in §120 der *Introductio*. Vereinfacht dargestellt, versucht er dort unter Anwendung der Reihe (8) den natürlichen Logarithmus von 10 näherungsweise zu berechnen und räumt ein, dass schwer einzusehen sei, wie

$$\log 10 = \frac{9}{1} - \frac{9 \cdot 9}{2} + \frac{9^3}{3} - \frac{9^4}{4} + \dots$$

„sein könne, da doch die Glieder dieser Reihe fortwährend grösser werden, und man daher die Summe derselben nicht auf die Art näherungsweise zu finden im Stande ist, dass man nur einige Glieder davon berechnet und miteinander vereinigt.“

Der zweite, abschliessende Teil dieser Arbeit erscheint in der nächsten Ausgabe.

Die Wiedergeburt der Fibonacci-Zahlen

Prof. Dr. Peter Gallin, Kantonsschule Zürcher Oberland, 8620 Wetzikon

Gerne sagt man im Mathematikunterricht, dass es zu schwierig sei, eine explizite Formel für die Fibonacci-Zahlen herzuleiten. Ein Grund dafür könnte sein, dass es in der Mathematik üblich ist, alle Probleme von einem möglichst allgemeinen Standpunkt aus darzustellen, mit dem Ziel, viele einzelne Spezialfälle in einem Zug behandelt zu haben (siehe beispielsweise Bulletin des VSMP Nr. 104, Seiten 5-7). Der Preis dafür ist, dass erstens das einzelne Phänomen unter Umständen in der Allgemeinheit untergeht und zweitens die hohe Allgemeinheit oft Techniken voraussetzt, die für die Lernenden in der Schule unerreichbar sind. Ich möchte hier zeigen, dass die Herleitung der expliziten Formel für die Fibonacci-Zahlen (Formel von Binet) absolut elementar und kurz zu schaffen ist.

Beginnen wir mit der Folge $\{f_n\}$ der Fibonacci-Zahlen 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... , deren Glieder wir durch die Festlegung $f_1 = 1, f_2 = 1$ nummerieren. Zusammen mit dem Rekursionsgesetz $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ für natürliche Zahlen $n > 2$ ergibt sich die Folge $\{f_n\}$. Bildet man die Quotienten aufeinander folgender Fibonacci-Zahlen und vertraut aufgrund von numerischen Experimenten darauf, dass dieser Quotient für immer grösser werdende n zu einem Grenzwert konvergiert, kann man durch Division des obigen Rekursionsgesetzes durch f_{n-1} die Beziehung

$$\frac{f_n}{f_{n-1}} = 1 + \frac{f_{n-2}}{f_{n-1}} = 1 + \frac{1}{\frac{f_{n-1}}{f_{n-2}}}$$

erhalten. Für sehr grosse n identifizieren wir $\frac{f_n}{f_{n-1}}$ und $\frac{f_{n-1}}{f_{n-2}}$ und schreiben dafür den Grenzwert τ . Damit gilt für τ die Beziehung $\tau = 1 + \frac{1}{\tau}$ oder $\tau^2 = 1 + \tau$. Einerseits liegt also eine quadratische Gleichung für τ vor, deren Lösungen wir mit

$$\tau_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{und} \quad \tau_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

angeben können (nur die positive Lösung τ_1 taugt als Grenzwert der obigen Quotientenfolge), andererseits besagt die Beziehung $\tau^2 = 1 + \tau$, dass jede natürliche Potenz von τ reduziert werden kann auf eine Summe aus einer natürlichen Zahl und einer bestimmten Anzahl von τ . Dies erkennt man so:

$$\begin{aligned} \tau^3 &= \tau \cdot \tau^2 &= \tau(1 + \tau) &= \tau + \tau^2 &= \tau + (1 + \tau) &= 1 + 2\tau \\ \tau^4 &= \tau \cdot \tau^3 &= \tau(1 + 2\tau) &= \tau + 2\tau^2 &= \tau + 2(1 + \tau) &= 2 + 3\tau \\ \tau^5 &= \tau \cdot \tau^4 &= \tau(2 + 3\tau) &= 2\tau + 3\tau^2 &= 2\tau + 3(1 + \tau) &= 3 + 5\tau \\ \tau^6 &= \tau \cdot \tau^5 &= \tau(3 + 5\tau) &= 3\tau + 5\tau^2 &= 3\tau + 5(1 + \tau) &= 5 + 8\tau \end{aligned}$$

usw.

Auch ohne Induktionsbeweis ist dieses Entwicklungsschema derart durchschaubar, dass man sofort folgern kann:

$$\tau^n = f_{n-1} + f_n \cdot \tau$$

Das Überraschende ist also, dass in der Zahl τ die Fibonacci-Zahlen immer noch stecken: **Durch Potenzieren gebiert die Zahl τ die Fibonacci-Zahlen wieder.** Da die Beziehung $\tau^2 = 1 + \tau$ sowohl für τ_1 als auch für τ_2 gilt, erhalten wir also zwei Gleichungen für die zwei „Unbekannten“ f_{n-1} und f_n :

$$\begin{cases} \tau_1^n &= f_{n-1} + f_n \cdot \tau_1 \\ \tau_2^n &= f_{n-1} + f_n \cdot \tau_2 \end{cases}$$

Subtrahieren wir die beiden Gleichungen voneinander, ergibt sich $\tau_1^n - \tau_2^n = f_n(\tau_1 - \tau_2)$, woraus

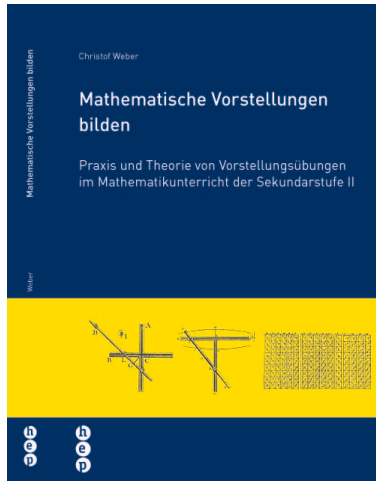
$$f_n = \frac{\tau_1^n - \tau_2^n}{\tau_1 - \tau_2}$$

folgt. Beachtet man, dass $\tau_1 - \tau_2 = \sqrt{5}$, erhalten wir die gesuchte explizite Formel für f_n :

$$f_n = \frac{\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

Mathematische Vorstellungen bilden

Christof Weber: Mathematische Vorstellungen bilden – Praxis und Theorie von Vorstellungsübungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II, h.e.p. verlag ag, 288 Seiten, ISBN 978-3-03905-372-8, CHF 36.



Sie sitzen im Zug und denken über windschiefe Geraden nach, Sie duschen und beweisen dabei die Kettenregel oder Sie spazieren entlang der Aare währenddem Sie über numerische Simulationen turbulenter Strömungen grübeln. In all diesen Situationen betreiben Sie Mathematik und vergegenwärtigen sich dabei in Gedanken mathematische Sachverhalte. Und wer hat insgeheim nicht auch den Anspruch, diesen kontemplativen Akt, diese Konzentration und Fokussierung auf die eigene Gedankenwelt, den Schülern als Teil der Mathematik näher zu bringen?

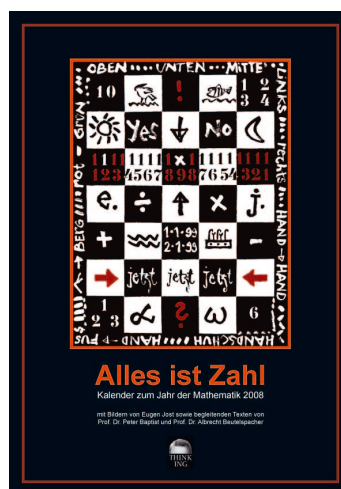
Genau diese Absicht verfolgt(e) Christof Weber. Im Laufe von über 10 Jahren entwickelte er Übungen, in denen die Schüler aufgefordert sind, sich Problemstellungen zuerst vor dem inneren Auge klar zu machen. Dabei schneiden die Schüler beispielsweise in Gedanken Würfel, stellen sich das Abrollen von Plastikbechern vor, durchlaufen Grenzprozesse auch

mal im Kopf oder schreiten in der Vorstellung eine sich leicht zu merkende Konstruktion des Icosaeders ab. Solche mathematische Vorstellungsübungen waren Anlass für eine fachdidaktische Dissertation, die nun in Buchform vorliegt und sich auch an Lehrpersonen wendet. Der Autor beginnt mit der Beschreibung des Ablaufs von und der Arbeit mit Vorstellungsübungen im Mathematikunterricht. Exemplarisch werden acht Übungstexte vorgegeben. Im anschliessenden theoretischen Teil wird die verwendete empirische Forschungsmethodik vorgestellt und diskutiert, der Begriff „Vorstellung“ aus denk- und lernpsychologischer Sicht analysiert, und schliesslich wird auf dieser Grundlage das fachdidaktische Potential von Vorstellungsübungen herausgearbeitet. Die ganze Arbeit ist methodologisch der Praktikerforschung zuzuordnen, in der Lehrpersonen ihren eigenen Unterricht erforschen und reflektieren. Dieses Forschungsparadigma wirkt im Buch nicht bloss im Hintergrund, sondern wird expliziert und kritisch diskutiert.

Das Buch gefällt durch seinen Lesefluss und durch die Tiefe und Breite der Darstellung. Dem Autor ist es gelungen, die fast unüberschaubare und nicht immer leicht zugängliche Diskussion über den Vorstellungsbegriff dem Leser nachvollziehbar und plastisch darzulegen. Dass dies anhand von mathematischen Übungen, die für den Unterricht relevant sind, vollzogen wird, macht das Buch für Mathematiklehrpersonen umso wertvoller. Wer immer sich dafür interessiert, wie Schüler zum Vergegenwärtigen mathematischer Situationen angeregt werden, wie man seinen eigenen Unterricht selbst „beforschen“ kann oder was man sich unter „Vorstellen“ vorstellen kann und soll, dem sei das Buch sehr empfohlen.

Ich wünsche Ihnen eine angenehme Lektüre,
Christian Rüede.

Kalender zum Jahr der Mathematik 2008 in Deutschland



Zum Jahr der Mathematik hat sich die deutsche Arbeitgeberorganisation GESAMTMETALL etwas Besonderes einfallen lassen. GESAMTMETALL fördert seit Jahren die Ausbildung in Mathematik und den Naturwissenschaften. Jetzt initiiert die Organisation ein Projekt, das Kunst und Mathematik verbindet. Ein grosser Jahreskalender präsentiert auf spielerische Art ein Dutzend bedeutsamer Themen aus der Mathematik. Auf den Kalendervorderseiten steht jeweils ein quadratisches Bild, das zum Rätseln, Nachdenken und vielleicht auch Schmunzeln einlädt. Ein ausführlicher Kommentar auf der Rückseite zeigt, wie spannend und kurzweilig Mathematik eigentlich ist. Der Kalender bietet interessante Einsichten und Einblicke sowohl für MathematikerInnen als auch für NichtmathematikerInnen in Gebiete wie Topologie, Codierung, Parkettierung, Magische Quadrate, Unendlichkeit, Pythagoras. Er eignet sich auch hervorragend für den Einsatz im Unterricht – als Einstieg in ein neues Thema, zum Knobeln oder für fächerübergreifende Projekte. Zum Kalender wird ein Buch und didaktisches Zusatzmaterial erscheinen.

Die Bilder hat der Schweizer Künstler Eugen Jost gestaltet, die Texte wurden von den beiden Mathematikern Prof. Dr. Peter Baptist und Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher verfasst. Pro Kalenderbild umfassen sie rund 6 A4-Seiten und richten sich niveaumässig etwa an SchülerInnen des Gymnasiums oder an ein interessiertes Laienpublikum.

Details zum Kalender:

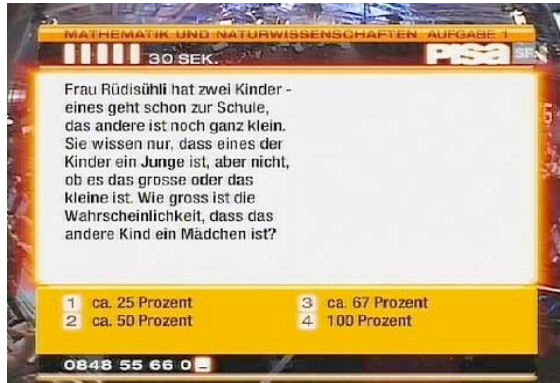
<http://mathematik-kalender.uni-bayreuth.de/index.php?id=2450>

Das Mädchen-Junge-Problem oder der $\frac{2}{3}$ - Irrtum

Thomas Bachmann, Kantonsschule Musegg

Einleitung

In der Sendung „Kampf der Kantone“ des Schweizer Fernsehens vom 22. Januar 2006 galt es unter anderem die folgende Aufgabe (ab nun Pisa-Aufgabe genannt) zu lösen:



„Diese Aufgabe kenne ich doch aus meiner Schulzeit“, schoss es mir durch den Kopf und ohne lange zu überlegen, setzte ich überzeugt auf Antwort 3.

Der Moderator Ueli Schmezer gab mir kurze Zeit später Recht und lieferte gleich auch die Erklärung mit.

Es gibt grundsätzlich 4 Fälle:

MM
MJ
JM
JJ

Alle sind gleichwahrscheinlich, der 1. Buchstabe entspricht dem älteren, der 2. Buchstabe dem jüngeren Kind. Nun weiss man, dass mindestens ein Kind ein Junge ist, also fällt MM weg und es bleiben noch

MJ
JM
JJ

da bei 2 (von 3) Fällen das 2. Kind ein Mädchen ist, beträgt die W'keit $\frac{2}{3}$ bzw. ca. 67%.

Nur eine kleine Minderheit der Mitratenden im Studio gelangte zu dieser Lösung, fast alle hatten natürlich auf Antwort 2 getippt. „Eine ideale Aufgabe zur Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung“, dachte ich mir, ich kann meine Schüler verblüffen und gleichzeitig meine Fachkompetenz wieder einmal eindrücklich unter Beweis stellen ☺.

Einige Monate später stellte ich diese Aufgabe im Unterricht, die meisten Schüler akzeptierten meine Erklärung, auch wenn es ihnen irgendwie nicht restlos klar zu sein schien. Ein Schüler war mit meinen Erläuterungen aber scheinbar nicht zufrieden und fragte mich: „Wie gross wäre dann die Wahrscheinlichkeit, wenn man nun noch wüsste, dass der Junge das ältere der beiden Kinder ist?“

„Die Wahrscheinlichkeit wäre dann 50%“, antwortete ich, „denn dann wäre nur noch JM und JJ möglich“. Noch während ich diese Erklärung abgab, traf mich der Blitz der Erkenntnis: „Irgend etwas kann hier nicht stimmen“, gab ich dem Schüler als 2. Antwort und versprach der Klasse, dass ich nochmals über die Lösung dieser Aufgabe nachdenken würde.

Wo liegt das Problem?

Wenn die Lösung der Pisa-Aufgabe 67% wäre und man nun den Jungen noch fragen würde, ob er der ältere oder der jüngere der beiden Geschwister ist, so wäre die Wahrscheinlichkeit ja nachher 50%, wenn der Junge sagen würde, er wäre der ältere (so suggeriert es zumindest die Formulierung der Pisa-Aufgabe bzw. die Erklärung des Moderators wäre ja dann wohl, dass nur noch JM und JJ in Frage kämen). Genau so wäre aber die Wahrscheinlichkeit 50%, wenn der Junge sagen würde, er wäre der jüngere. Mit anderen Worten, die Wahrscheinlichkeit ist in jedem Fall 50%, dass das andere Kind ein Mädchen ist, sobald man weiss, ob der Knabe das jüngere oder das ältere Kind ist.

Dies führt zu folgender paradoxen Situation: Kennt man das Alter des Jungen nicht, ist die Wahrscheinlichkeit 67%, dass das andere Kind ein Mädchen ist, da man andererseits weiss, dass der Junge das ältere oder das jüngere Kind ist, beträgt die Wahrscheinlichkeit aber gleichzeitig 50%, dass das andere Kind ein Mädchen ist. Ein mehr oder weniger offensichtlicher Widerspruch.

Da dieser Argumentation nur wenige Schüler folgen konnten, startete ich folgenden Erklärungsversuch: Nehmen wir einmal an, wir könnten dem Jungen aus der Aufgabe einige Fragen stellen.

- 1) „Wie heisst du?“
- 2) „Hast du Mathematik gerne?“
- 3) „Welches ist dein Lieblingshobby?“

Keine Antwort wird uns irgendeine Auskunft geben über das Geschlecht des anderen Kindes von Frau Rüdüsühli.

Anders sieht es mit folgenden Fragen aus:

- 4) „Spielst du lieber Fussball als dein Geschwister?“
- 5) „Bist du in der Schule fleissiger als dein Geschwister?“

Da Mädchen im Allgemeinen weniger gern Fussball spielen als Jungen und meist fleissiger sind, können uns die Antworten auf diese Fragen Anhaltspunkte über das Geschlecht des 2. Kindes liefern.

Wie sieht es nun mit folgender Frage aus?

- 6) „Ist dein Geschwister älter als du?“

Die Antwort auf diese Frage liefert uns absolut keine Auskunft über das Geschlecht des 2. Kindes, denn (z.B.) Mädchen haben ja keine Angewohnheit älter (oder jünger) als ihr Bruder zu sein.

Das heisst, die Lösung der Pisa-Aufgabe verändert sich nicht, wenn man noch zusätzlich weiss, ob der Junge das ältere (oder das jüngere) der 2 Kinder ist.

Wer nun also behauptet, die Lösung der Pisa-Aufgabe sei 67%, der muss nun auch eine Erklärung liefern, dass mit dem Zusatzwissen (Junge ist älter oder jünger) die Lösung immer noch 67% beträgt.

Da dies relativ schwierig sein könnte, werden wir besser zeigen, dass es vernünftiger ist, als Lösung der Pisa-Aufgabe 50% anzugeben.

Wo steckt nun aber der Fehler in der (durchaus logisch scheinenden) Argumentation des Fernsehmoderators?

Genauere Formulierung beachten

Unter der Annahme, dass Geburten unabhängig voneinander sind mit $P(M)=P(J)=0.5$ lassen sich 2 verschiedene Varianten für das „Mädchen-Junge-Problem“ angeben:

Variante A: Aus der Menge aller Familien, welche 2 Kinder haben und mindestens eines davon ein Junge ist, wird zufällig eine ausgewählt. Wie gross ist die W'keit, dass die Kinder „gemischtgeschlechtlich“ (also MJ oder JM) sind?

Lösung: $\frac{2}{3}$ (*)

Eine mögliche Umsetzung dieser Variante in eine praktische Aufgabe könnte so aussehen:

A1) Am Elternabend im Knabeninternat plaudert Frau Müller mit einer anderen Mutter, welche sich als Frau Rüdüsühli vorstellt. Frau Müller fragt Frau Rüdüsühli im Verlaufe des Gesprächs: „Ist ihr Sohn auch ein Einzelkind?“ „Nein“, entgegnet Frau Rüdüsühli, „ich habe noch ein 2. Kind.“
Wie gross ist die W'keit, dass das andere Kind ein Mädchen ist?

(*) $\Omega = \{MJ, JM, JJ\}$ Da alle Elementarereignisse gleichwahrscheinlich sind, ist

$$P(\{MJ, JM\}) = \frac{2}{3}$$

Variante B: Aus der Menge aller Familien, welche 2 Kinder haben, wird zufällig eine ausgewählt. Man erfährt zufällig das Geschlecht eines der beiden Kinder, angenommen es sei ein Junge.

Wie gross ist die W'keit, dass das andere Kind ein Mädchen ist?

Lösung: $\frac{1}{2}$ (**)

Mögliche Umsetzungen dieser Variante in eine praktische Aufgabe könnten so aussehen:

B1) Eine alleinerziehende Mutter mit 2 Kindern ist neu in die Nachbarswohnung der Familie Müller eingezogen. Frau Müller weiss nicht, ob die Kinder Mädchen oder/und Jungen sind. Als Frau Müller an der Nachbarstüre mit dem neuen Namensschild Rüdüsühli vorbeigeht, öffnet sich diese und ein Junge erscheint. Frau Müller fragt ihn: „Bist du neu hier eingezogen?“ „Jawohl“, antwortet der Junge.
Wie gross ist die W'keit, dass das andere Kind ein Mädchen ist?

B2) Im Migros trifft Frau Müller eine ehemalige Schulkollegin (nennen wir sie Frau Rüdüsühli) an, von welcher sie seit über 10 Jahren nichts mehr gehört hat. Frau Rüdüsühli hält einen kleinen Jungen an der Hand. „Du hast also schon ein Kind?“, fragt Frau Müller Frau Rüdüsühli. „Nicht nur eines, sogar schon zwei“, entgegnet Frau Rüdüsühli. Wie gross ist die W'keit, dass das andere Kind ein Mädchen ist?

(**) Eine ausführliche Erklärung findet sich in [1], eine mathematisch weniger präzise, dafür für die Schüler verständlichere Erklärung folgt weiter unten.

Bemerkung 1: Die W'keit bleibt bei allen drei Aufgaben dieselbe, falls man noch zusätzlich wüsste, ob der Junge das ältere oder das jüngere der beiden Kinder ist.

Bemerkung 2: Praktische Aufgaben vom Aufgabentyp A sind sehr künstlich und kommen in der Praxis kaum vor, eine Situation wie im Aufgabentyp B beschrieben liegt aber durchaus im Bereich des Möglichen. Zur welcher Variante die Pisa-Aufgabe gehört, lässt sich nicht mit Sicherheit entscheiden (zu unklar ist deren Formulierung), müsste man sich festlegen, würde ich Variante B wählen.

[1] Norbert Henze, Stochastik für Einsteiger, 6. Auflage, S.113/114

() Erklärung für Schüler**

Man bastle 4 gleichgrosse Kärtchen, male die Vorderseite jeweils rot, die Rückseite blau an und notiere die Buchstaben J und M folgendermassen auf die Kärtchen:

Vorderseite (rot)	Rückseite (blau)
M	M
M	J
J	M
J	J

rot = älteres Kind, blau = jüngeres Kind

Man mischt nun die Karten, zieht zufällig eine und legt sie auf den Tisch, man sieht also nur die eine Seite der Karte und weiss nicht, was auf der anderen ist.

Angenommen, wir haben ein blaues J vor uns liegen. Das heisst, wir wissen, dass das jüngere Kind ein Junge ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das andere Kind (also das ältere) ein Mädchen? Schauen wir die Übersicht oben an, sehen wir, dass es 2 Fälle gibt mit einem blauen J, bei einem Fall ist auf der Rückseite ein rotes M, beim anderen Fall ein rotes J, d.h. die W'keit, dass das andere Kind ein Mädchen ist, beträgt 1/2 bzw. 50%.

Dies ist aber noch nicht die Pisa-Aufgabe (bzw. exakter: der Aufgabentyp Variante B), denn wir wissen ja dort nicht, ob der Junge älter oder jünger ist. Wir machen darum das gleiche Experiment nochmals, legen aber eine spezielle Brille an, mit welcher man die Farben rot und blau nicht unterscheiden kann.

Angenommen, wir ziehen wieder ein Kärtchen, legen es auf den Tisch und erblicken ein J. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich auf der Rückseite ein M?

Wieder schaue ich die obige Übersicht an und sehe, dass es 4 Fälle gibt mit einem J, bei 2 Fällen steht auf der anderen Seite ein M, bei 2 Fällen steht auf der anderen Seite ein J, d.h. die W'keit, dass das andere Kind ein Mädchen ist, beträgt 2/4 bzw. 50%.

Das Mädchen-Junge-Problem in Schulbüchern

Leider sind auch in vielen Schulbüchern Varianten der Pisa-Aufgabe abgedruckt, oft mit falscher Lösung oder aber so unklarer Formulierung, dass die Aufgabe gar nicht gelöst werden kann.

Ein Beispiel:

Roland weiss, dass Familie Meier zwei Kinder hat, wovon wenigstens eines ein Knabe ist. Welche Wahrscheinlichkeit kann er sich ausrechnen, dass beide Kinder Knaben sind?

(angegebene Lösung: $\frac{1}{3}$)

Kommentar: Formulierungen wie „Roland weiss“ sind unklar, da nicht bekannt ist, woher dieses Wissens stammt. Es wäre z.B. denkbar, dass sich folgender Dialog zwischen Roland und Frau Meier abgespielt hat:

Roland: Haben Sie 2 Kinder?
 Frau Meier: Ja
 Roland: Ist wenigstens ein Kind ein Knabe?
 Frau Meier: Ja

In diesem Fall wäre die Lösung der Aufgabe tatsächlich 33%, doch aus dem Aufgabentext geht dies nun wirklich nicht hervor; viel plausibler ist, dass Roland per Zufall einen Knaben der Familie Meier kennen gelernt hat, womit die Lösung 50% wäre.

Vorsicht mit bedingten Wahrscheinlichkeiten

Vielleicht hilft folgende Geschichte zu sehen, wann eine Aufgabe zur bedingten Wahrscheinlichkeit nicht sinnvoll ist.

Max der Magier bietet ein Spiel an: Er wirft verdeckt zwei Laplace-Würfel. Für einen Einsatz von 1Fr. können Sie raten, was die Summe der Würfel sein wird. Erraten Sie die Summe, erhalten Sie 2Fr.

Sicherlich werden Sie bei diesem Spiel nicht mitmachen, selbst bei bestmöglicher Strategie (Setzen auf die Summe 7), beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit nur $1/6$.

Max der Magier schaut sich die zwei Würfel kurz an und erklärt dann: Die Summe ist 7 oder 10. Möchten Sie nun mitspielen?

Sie beschliessen mitzumachen. Wie gehen Sie vor?

- a) Sie setzen beliebig auf die 7 oder die 10, denn die Wahrscheinlichkeit auf einen Gewinn beträgt bei 2 Möglichkeiten 50%.
- b) Sie setzen auf die 7, denn da nur noch die Fälle (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), (4,6), (5,5), (6,4) möglich sind, vermuten Sie, mit $6/9 = 2/3$ Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.
- c) Sie argwöhnen, dass der Magier Sie bewusst in eine Falle locken will und setzen darum auf die 10.

Die Aufgabe: „Max der Magier würfelt verdeckt mit zwei Würfeln und erklärt: Ich habe die Summe 7 oder 10 geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Würfelsumme 7 geworfen hat?“

ist also völlig unsinnig und kann nicht gelöst werden, wenn wir nicht den Grund kennen, wieso Max gerade diese Zusatzhinweise gibt.

Denkbar wäre z.B. dass Max folgende Strategie hat: Wenn die Summe nicht 7 ist, gibt er als Möglichkeiten 7 und die tatsächliche Summe an, wenn die Summe 7 ist, gibt er jeweils 7 und 8 zur Auswahl. In diesem Fall würden Sie mit Strategie b) bei mehrmaligem Spielen einen grossen Verlust erleiden...

Zum Schluss noch ein Tipp, wie man nicht ins Thema bedingte Wahrscheinlichkeiten einsteigen sollte:

Ein Lehrer würfelt verdeckt mit zwei Würfeln und verrät den Schülern: „Mindestens ein Würfel ist gerade“. Nun stellte er der Klasse die Frage: „Was denkt ihr, wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Würfelsumme ungerade ist?“

Die Aufgabe kann ohne zusätzliche Angaben nicht gelöst werden!

Folgende Möglichkeiten sind denkbar:

- a) Der Lehrer hat sich fest vorgenommen, den Satz: „Mindestens ein Würfel ist gerade“ zu sagen. Falls der erste Wurf aus zwei ungeraden Zahlen bestanden hätte, hätte der Lehrer den Wurf (falls nötig mehrmals) wiederholt.
- b) Der Lehrer hat sich vorgenommen, den Satz: „Mindestens ein Würfel ist.....“ völlig zufällig mit dem Wort gerade oder ungerade zu ergänzen, falls ein Würfel gerade und der andere ungerade ist, bei zwei geraden Augenzahlen den Satz mit „gerade“, bei zwei ungeraden Augenzahlen mit „ungerade“ zu ergänzen.

Bei Strategie a) wäre die Antwort auf die Lehrerfrage $2/3$, bei Strategie b) $1/2$, der Lehrer erwartet von den Schülern neben mathematischen Kenntnissen also auch noch hellseherische Fähigkeiten...



Bienne, le 17 septembre 2007

Lettre ouverte à **Monsieur Hans Peter Dreyer**, Président de la SSPES

Monsieur le Président,

Nous avons lu avec intérêt l'éditorial et l'article paru dans le *Gymnasium Helveticum* n° 5/07 sous le titre « Réforme de la maturité : les enseignants de gymnase s'estiment satisfaits ». Au nom de la Commission Romande de Mathématiques (CRM), permettez-moi de vous faire part de quelques remarques.

Nous saluons le fait que la SSPES ait activement participé au débat mené par le groupe de travail mis sur pied par la CDIP et le DFI et nous souhaitons qu'elle soit encore partie prenante dans les futures discussions qui auront trait à la grande réforme du RRM.

Vous soulignez particulièrement les avancées que présenteraient les notes distinctes pour la chimie, la biologie, la physique, la géographie et l'histoire. Ce n'est pas l'existence d'une note de maturité qui garantit la qualité de l'enseignement, mais bien l'engagement des enseignants et les moyens (en nombre d'heures) mis à leur disposition.

À ce propos, vous ne mentionnez pas la décision de la CDIP d'augmenter la fourchette des pourcentages attribués aux sciences, sans expliciter dans quel domaine devrait être effectuée la baisse correspondante. De nombreux cantons sont actuellement à la recherche d'une façon de répondre aux nouvelles exigences sans changer leurs grilles horaires.

Enfin, nous nous étonnons que vous qualifiez cette réforme de succès pour l'ensemble des enseignants de gymnase. Avez-vous pensé à ceux qui enseignent des branches conduisant à un examen de maturité ? Il y avait jusqu'à présent 9 notes de maturité, on s'achemine vers un nombre de 13 (ou plus). Le poids des épreuves de maturité (5 écrits et 5 oraux) s'en trouve donc réduit. La note obtenue dans une branche menant à un examen compte pour un treizième, comme les autres branches. L'épreuve écrite compte pour un quart de cette note, soit pour moins d'un cinquantième de la maturité ! L'épreuve orale a ce même poids plume. L'effort considérable que demande aux élèves la préparation de ces examens est-il convenablement pris en compte ?

La dilution des branches avec examen parmi un grand nombre de notes n'est en tout cas pas un renforcement de celles-ci. Le double coefficient attribué aux disciplines pourvues d'un examen de maturité serait un moyen de compenser cette dispersion.

Nous nous étonnons donc que vous puissiez faire preuve d'une si grande satisfaction au nom de tous les enseignants de gymnase.

Recevez, Monsieur le Président, mes salutations les meilleures et soyez assuré du soutien de la CRM lors des prochaines négociations en vue de la grande réforme du RRM.

Patrick Hochuli
Président de la CRM

Un découpage célèbre de Henri Dudeney

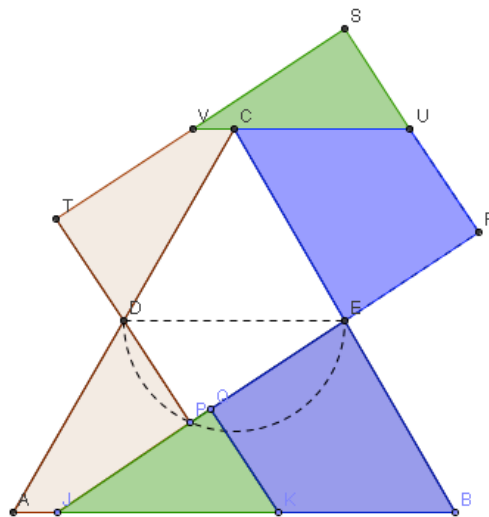
Jean Piquerez

Collège et Ecole de Commerce Madame de Stael

Dans le hors série numéro 24 de la publication « Tangente » consacré au triangle, je suis tombé sur un découpage célèbre du triangle équilatéral en quatre morceaux permettant de reconstituer un carré, et ceci, sans la moindre explication ou justification. Ne voulant pas rester sur ma faim, j'ai tenté de comprendre.

Soit un triangle équilatéral ABC , D et E étant les milieux respectifs des côtés $[AC]$ et $[BC]$. Envisageons un point P quelconque sur le demi-cercle de diamètre DE (voir figure).

Alors le triangle DPE est rectangle en P . Construisons un triangle KQJ isométrique au triangle DPE , avec $JK = DE$. Un tel découpage permet la reconstitution du rectangle $PRST$, où le quadrilatère $ERUC$ est le symétrique du quadrilatère $EQKP$ par rapport à E , et le quadrilatère $DCVT$, celui du quadrilatère $DAJP$ par rapport à D .

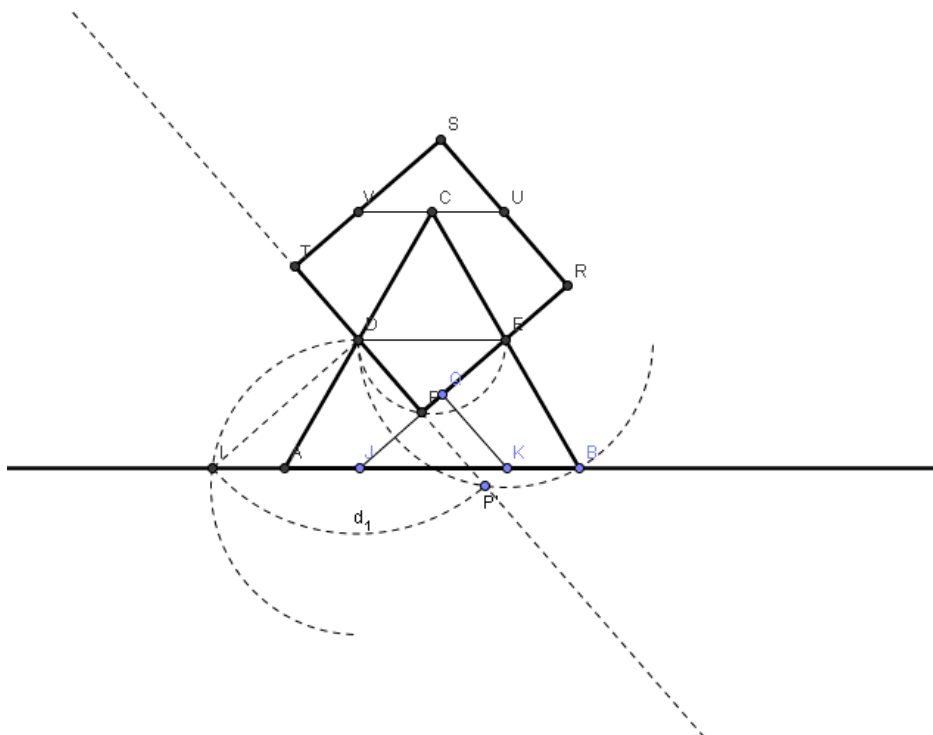


L'idée est désormais de trouver le (seul ?) point P pour lequel ce rectangle est un carré, c. à d.

pour lequel on a : $PR = PT \Leftrightarrow PE + ER = PD + DT \Leftrightarrow PE + QE = 2DP \Leftrightarrow$

$$JQ + QE = 2DP \Leftrightarrow JE = 2DP.$$

Après mûre réflexion, j'ai trouvé une construction dans le plus pur style de la géométrie classique. En effet, puisque $JE = 2DP$ et que $(JE) \perp (DP)$, on a les considérations suivantes :
 Le point P' tel que $\overline{DP'} = 2\overline{DP}$ est sur le cercle de Thalès de centre E et de rayon DE , par une homothétie de centre D et de rapport 2. Par ailleurs, le 4ème sommet I du parallélogramme $DEJI$ est sur (AB) .
 Comme $ID = JE = 2DP = DP'$ et que $(ID) \perp (DP')$, I sera obtenu par l'intersection de (AB) avec l'image du demi-cercle contenant P' par la rotation de centre D et d'angle $-\pi/2$.
 On construit donc d'abord I , puis P' , par rotation de $\pi/2$ autour de D , puis P , intersection de (DP') avec le demi-cercle de diamètre DE , puis T , symétrique de P par rapport à D , et on complète le carré.



C'est en 1905 que Henri Dudeney (1857-1930), un amateur de jeux et de casse-tête, découvre ce découpage. D'une manière générale D.Hilbert a démontré qu'il est possible de transformer, après découpage en un nombre fini de parties, tout polygone en tout autre polygone d'aire égale.



Einladung

26. Basler Kolloquium für Mathematiklehrkräfte

Vier Vorträge zur Fortbildung der Mathematiklehrer und -lehrerinnen an oberen Schulen und für weitere an Mathematik, ihrer Geschichte und ihren Anwendungen Interessierte

Mittwoch, 7.11.2007, 17:15–18:15 Prof. Martin Huber, Winterthur

Pythagoras - Erinnern Sie sich?

Pythagoras. Erinnern Sie sich? - So lautet der Titel eines Buches, welches das Ergebnis eines ungewöhnlichen Projektes ist. Das Projektteam besteht aus dem Basler Kunstmaler und Architekten Alfred Hoehn und dem Referenten. Am Anfang stand eine Figur, ein symmetrisches ebenes Sterngebilde, das den geschichtsbewussten Architekten offenbar bekannt ist. Weniger bekannt war, dass in dieser Figur rechtwinklige Dreiecke mit dem Seitenverhältnis 3:4:5 verborgen sind. Diese Bemerkung war der Ausgangspunkt für weitere Entdeckungen. Einige dieser Funde sollen hier vorgestellt werden. Sie stehen exemplarisch für die Möglichkeiten des "entdeckenden Lernens". Es sind dies keine grossen Würfe. Aber es macht Freude, unmittelbar neben ausgetretenen Pfaden solche kleinen Schätze zu heben. Diese Freude möchten wir gerne weitergeben. Dass unser Projekt zum erfolgreichen Abschluss gelangt ist, verdanken wir vor allem der DMK, welche uns zum richtigen Zeitpunkt unter ihre Fittiche nahm.

Mittwoch, 14.11.2007, 17:15–18:15 Prof. Werner Hartmann, Bern

Was können Mathematiker von Informatikern lernen, und umgekehrt?

Das Verhältnis zwischen Mathematikern und Informatikern ist nicht ganz unproblematisch. Im Rahmen der allgemeinbildenden Schulen sind es oft ausgerechnet die Mathematiker, welche sich gegen die Einführung eines Schulfachs Informatik wehren. Die Informatiker wiederum werfen der Mathematik nicht selten mangelnde Praxisnähe vor und möchten am liebsten die Mathematikausbildung selbst in die Hand nehmen. Bahnbrechende Entwicklungen in den letzten zwanzig Jahren etwa im Bereich der Internet-Informationendienste, peer-to-peer Netzwerke oder der Kompression von Musikdateien zeigen aber, wie sich Informatik und Mathematik gegenseitig befruchten. Obwohl nur wenige Schülerinnen im späteren Leben mathematische Beweise führen oder Computerprogramme schreiben werden, spielt ein Verständnis für Beweise sowie Algorithmen und Programme eine ähnlich fundamentale Rolle für die Allgemeinbildung.

Mittwoch, 21.11.2007, 17:15–18:15 Prof. Gerhard Wanner, Genève

Euler nach Basel tragen

Wenn ein Auswärtiger nach Basel kommt, um über Euler vorzutragen, dann wackeln ihm die Knie, wie einem Eulenhändler an den Stadttoren Athens. Aber vielleicht gefällt es den Baslern, zu sehen wie "ihr" Euler überall auf der Welt seine grossen Fans hat. Wir wollen diesen Vortrag der berühmten Eulerschen Formel

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

widmen, mit allen ihren Konsequenzen bis in die heutige Zivilisation hinein (Sinusprodukt, Baselproblem, Theorie des Schalles und der elektromagnetischen Wellen, Fouriertransformation, FFT, JPEG und MP3), ohne die kein Radio, kein Fernsehapparat, keine digitale Kamera und kein CD-Player funktionieren würde.

Bei aller Berühmtheit dieser Formel wird es oft übersehen, dass es die fast noch grössere Leistung Eulers war, und auf die er in seinen Schriften auch viel mehr stolz ist, die trigonometrischen Funktionen $\cos x$ und $\sin x$ **selbst** mit ihrem ganzen Formelapparat erfunden zu haben, wie man sie jetzt so selbstverständlich auf dem Gymnasium lernt.

Joint work with Philippe Henry.

Mittwoch, 28.11.2007, 17:15–18:15 Prof. Christoph Leuenberger, Fribourg

Das Gesetz von Benford: Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt

Im Jahre 1881 stellte der amerikanische Astronom Simon Newcomb fest, dass die vorderen Seiten von Logarithmentabellen stärker abgegriffen sind als die hinteren. Er führte diese Tatsache auf das empirische Gesetz zurück, dass in vielen Datenmengen die Zahlen mit der ersten Ziffer 1 (von links gezählt) häufiger auftreten als Zahlen, die mit 2, 3, ..., 9 beginnen. Dieses Gesetz geriet in Vergessenheit und wurde erst fünfzig Jahre später vom Physiker Frank Benford neu entdeckt. Benford unterlegte seine Beobachtung mit Tausenden von Daten. Seither spricht man – historisch nicht ganz berechtigt – vom „Benfordschen Gesetz“. Neben empirischen Daten erfüllen auch viele mathematische Folgen das Benfordsche Gesetz: 30.1% der Zweierpotenzen und 30% der Glieder der Fibonaccifolge beginnen mit der Ziffer 1, nur gerade 4.6% der Folgenglieder beginnen mit der Ziffer 9! Es gibt auch eine Reihe von zufällig erzeugten Zahlen, die das Benfordsche Gesetz näherungsweise erfüllen. In meinem Vortrag werde ich eine Reihe von mathematischen Resultaten zum Benfordschen Gesetz vorstellen. Dieses Gesetz bietet eine Reihe von Anknüpfungspunkten für den gymnasialen Mathematikunterricht, wie z.B. Logarithmen, Zahlenfolgen, Zufallsvariablen.

Wo?

Im grossen Hörsaal des Mathematischen Instituts der Universität Basel, Rheinsprung 21, 4001 Basel.

Ab 16.30 Uhr gemütliches Beisammensein beim Tee im 1. Untergeschoss.
Keine Anmeldung nötig

Organisator

Marcel Steiner-Curtis
FHNW, Hochschule für Technik
Gründenstrasse 40
4132 Muttenz
marcel.steiner@fhnw.ch

Webseite mit Abstracts

<http://personenseiten.fhnw.ch/marcel.steiner/>

**Kompaktkurs:
Fachdidaktik der Pascal-Orientierten Einführung in die Programmierung**

Samstag, 10. November 2007

Dozenten

Prof. Dr. H. Hinterberger

Prof. Dr. J. Hromkovic

Kurzbeschreibung

Programmieren zu unterrichten bedeutet nicht die Syntax und die Befehle einer „populären“, hoch entwickelten Programmiersprache, zu behandeln. Eher geht es darum, grundlegende Konzepte und Strukturen sauber und anschaulich zu präsentieren und einzuüben. Für dieses fachdidaktische Ziel sind gerade PASCAL und die Familie der pascal-orientierten Programmiersprachen am besten geeignet. Die syntaktische Umgebung ist nicht zu komplex, die Programmstrukturen sind systematisch entwickelt worden und die Sprache bietet grosse Vorteile bei der algorithmischen Lösungssuche für unterschiedlichste Probleme. Dies ermöglicht eine enge Verzahnung mit dem Mathematikunterricht, insbesondere in Geometrie, Numerik, Stochastik und allen Bereichen, wo es sinnvoll ist, Lösungsmethoden zu implementieren und zu testen.

Dieser Grundkurs bietet eine fachwissenschaftliche Weiterbildung für Informatik-lehrpersonen und eine Ausbildung für Lehrerinnen und Lehrer, die Interesse haben, Einführungskurse ins Programmieren zu geben. Einerseits wird für einen pascal-orientierten Unterricht das didaktische und konzeptionelle Wissen vermittelt und andererseits arbeiten die Kursteilnehmenden mit E-learning Materialien, die an der ETH Zürich entwickelt worden sind. Abschliessend werden die wichtigsten Eckpunkte besprochen, die beim Erstellen und Nutzen solcher E-learning Module zu berücksichtigen sind.

Zusätzliche Informationen

Kursunterlagen:

Kursordner und E-learning Module auf USB-Memorystick "Einführung in die PASCAL-Programmierung mit E-Tutorials"

Stichworte

Informatikunterricht, Programmieren, PASCAL, E-learning, E-Tutorials

Zielsetzung

Warum ist Programmieren ein unbestrittener Teil des Informatikunterrichts? Welche Beiträge für die Bildung, und welche Verzahnungen mit anderen Fächern kann man vom Programmierunterricht erwarten und wie soll man unterrichten um diese Erwartungen zu erfüllen? Die Zielsetzung des Kurses ist nicht nur diese Fragen zu beantworten, sondern auch Lehrpersonen die fachdidaktischen Kompetenzen für einen pascalorientierten Einführungskurs ins Programmieren zu vermitteln. Die Kursteilnehmer sollen die Fähigkeit erwerben, einen Einführungskurs ins Programmieren mit PASCAL selbst zu gestalten.

**Kompaktkurs:
Fachdidaktik der Pascal-Orientierten Einführung in die Programmierung**

Samstag, 10. November 2007

Dozenten

Prof. Dr. H. Hinterberger

Prof. Dr. J. Hromkovic

Kurzbeschreibung

Programmieren zu unterrichten bedeutet nicht die Syntax und die Befehle einer „populären“, hoch entwickelten Programmiersprache, zu behandeln. Eher geht es darum, grundlegende Konzepte und Strukturen sauber und anschaulich zu präsentieren und einzuüben. Für dieses fachdidaktische Ziel sind gerade PASCAL und die Familie der pascal-orientierten Programmiersprachen am besten geeignet. Die syntaktische Umgebung ist nicht zu komplex, die Programmstrukturen sind systematisch entwickelt worden und die Sprache bietet grosse Vorteile bei der algorithmischen Lösungssuche für unterschiedlichste Probleme. Dies ermöglicht eine enge Verzahnung mit dem Mathematikunterricht, insbesondere in Geometrie, Numerik, Stochastik und allen Bereichen, wo es sinnvoll ist, Lösungsmethoden zu implementieren und zu testen.

Dieser Grundkurs bietet eine fachwissenschaftliche Weiterbildung für Informatik-lehrpersonen und eine Ausbildung für Lehrerinnen und Lehrer, die Interesse haben, Einführungskurse ins Programmieren zu geben. Einerseits wird für einen pascal-orientierten Unterricht das didaktische und konzeptionelle Wissen vermittelt und andererseits arbeiten die Kursteilnehmenden mit E-learning Materialien, die an der ETH Zürich entwickelt worden sind. Abschliessend werden die wichtigsten Eckpunkte besprochen, die beim Erstellen und Nutzen solcher E-learning Module zu berücksichtigen sind.

Zusätzliche Informationen

Kursunterlagen:

Kursordner und E-learning Module auf USB-Memorystick "Einführung in die PASCAL-Programmierung mit E-Tutorials"

Stichworte

Informatikunterricht, Programmieren, PASCAL, E-learning, E-Tutorials

Zielsetzung

Warum ist Programmieren ein unbestrittener Teil des Informatikunterrichts? Welche Beiträge für die Bildung, und welche Verzahnungen mit anderen Fächern kann man vom Programmierunterricht erwarten und wie soll man unterrichten um diese Erwartungen zu erfüllen? Die Zielsetzung des Kurses ist nicht nur diese Fragen zu beantworten, sondern auch Lehrpersonen die fachdidaktischen Kompetenzen für einen pascalorientierten Einführungskurs ins Programmieren zu vermitteln. Die Kursteilnehmer sollen die Fähigkeit erwerben, einen Einführungskurs ins Programmieren mit PASCAL selbst zu gestalten.

Durch aktives Durcharbeiten eines E-learning Moduls sollen die Kursteilnehmer auch Einsicht erhalten, auf welche Art und Weise der Rechner selbst eingesetzt werden kann, um einen individualisierten Unterricht anzubieten.

Zielgruppe

Lehrpersonen an den Mittelschulen mit Interesse am systematischen und praxisbezogenen Programmierunterricht.

Voraussetzungen

Vertrautheit im Umgang mit dem Computer wird vorausgesetzt.

Kurskosten

CHF Fr. 250.-- für Lehrerinnen und Lehrer, sonst CHF 500.--.

Im Fall der Kursunterstützung durch die Haslerstiftung bezahlen die Lehrpersonen nur CHF 100.--.


Detailangaben und Anmelde­möglichkeit finden Sie unter:

<http://www.inf.ethz.ch/kurs45>

Compendio Bildungsmedien AG Mehr Informationen?
Telefon 044 368 21 11
www.compendio.ch
postfach@compendio.ch
Wir freuen uns auf Ihre Anfrage.

compendio Bildungsmedien
Lernen und Lehren

Kreativ unterrichten, selbstständig lernen lassen



Grundlagen erarbeiten, Übungen lösen, Probleme besprechen... hat es für Aktualitäten in Ihrem Unterricht wenig Platz? Das können Sie mit unseren Bildungsmedien ändern!

Physik 1, 2 und 3
Physik-Trainer
Statistik – Aufgaben mit Lösungen
Mathematics and Physics Formulary
Formelsammlung für den immersiven Unterricht

Unsere Bildungsmedien sind klar strukturiert, bilden einen Lernprozess ab und entlasten Sie damit von der reinen Wissensvermittlung im Unterricht. Wir erstellen auch massgeschneiderte Lehrmittel.

Compendio goes online – kommen Sie mit!
Mehr Informationen finden Sie auf
www.compendio.ch/Projekte/Online-Learning.asp

Weitere Titel finden Sie auf www.compendio.ch

Weiterbildungskurse im Frühlingssemester 2008

Das Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik ZHSF – gemeinsames Institut der ETH, Universität und Pädagogischen Hochschule Zürich – bietet im Frühlingssemester 2008 untenstehende Weiterbildungskurse für Mathematik, Physik und Informatik an.

Mathematik

Selbständiges Lernen in Mathematik zwischen Anspruch und Realität
mit Maria Cannizzo, Stefan Spühler, Regula Kyburz-Graber, Mittwoch, 12. März 2008

Von der Arithmetik zur Algebra
mit Beat Jaggi, Heinz Klemenz, René Schelldorfer, Mittwoch, 16. April 2008

Dynamische Geometrie mit der Software GeoGebra
mit André Mössner, Mittwoch, 18. Juni 2008

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme
mit Urs Kirchgraber, jeweils Mittwochnachmittag im FS 08

Informatik

Entwurfsmethoden für Automaten
mit Juraj Hromkovic, Mittwoch, 9. Januar 2008

Physik

Dunkle Machenschaften um Himmelskörper – ein historischer Kriminalfall
mit Susanne Metzger, Marianne Leemann, Maja Burkhard, Mittwoch, 30. Januar 2008

Fluglärm – Ein Problem mit vielen Facetten
mit Georg Thomann, Kurt Eggenschwiler, Mittwoch, 9. April 2008

ETH-Kolloquium Naturwissenschaften und Unterricht

Guter naturwissenschaftlicher Unterricht – was die Lernforschung darüber weiss
mit Elsbeth Stern, Samstag, 8. März 2008

Systembiologie – Lösungsansatz zum Verständnis des Betriebssystems des Menschen
mit Ernst Hafen und
Neuroinformatik und die Suche nach den Prinzipien der Informationsverarbeitung im Gehirn
mit Richard Hahnloser, Mittwoch, 4. Juni 2008

Die ausführlichen Ausschreibungstexte sowie die Anmelde-möglichkeit sind auf der Webpalette:

www.webpalette.ch > Sekundarstufe II > uzh|eth|ph|zürich ZHSF

Institut für Gymnasial- und Berufspädagogik

Weiterbildung Mittelschulen, Beckenhofstrasse 35, 8006 Zürich, 043 305 66 44

weiterbildung@igb.uzh.ch

www.igb.uzh.ch

Highlights und Flops - Physiklehrer berichten von ihren Erfahrungen

Wenn Kollegen pensioniert werden, verschwinden mitunter auch zahlreiche Erfahrungen, manche gute Ideen und viele Gedanken zum Unterricht von der Bildfläche.

Wir haben engagierte "alte Hasen" eingeladen, zu erzählen und zu demonstrieren, was ihnen im Unterricht wichtig war. Die Beiträge reichen von konkreten Unterrichtsinhalten über Anregungen zu interdisziplinärem Arbeiten und die Frage, wie wir unsere SchülerInnen am besten erreichen, bis zu philosophischen Überlegungen mit Vorschlägen zur Umsetzung. Dabei steht immer der Unterricht im Zentrum.

Zwischen den Referaten und abends beim Kaminfeuer im idyllisch über dem Vierwaldstättersee gelegenen Antoniushaus Mattli bleibt genug Gelegenheit, miteinander zu diskutieren und Erfahrungen auszutauschen.

Der Kurs dauert von Donnerstagmittag bis Samstagmittag.

Für Übernachtung und Vollpension kommen zu den Kurskosten noch ca. 200 CHF hinzu.

Kursort: Antoniushaus Mattli, Morschach

Daten: 6.–8.3.08

Kurskosten: 250 CHF

Kursleitung: Remo Jakob und Dana Rudinger

Referenten: Ruedi Gunz, Paul Joho, Hans Kammer, Fritz Kubli, Ägidius Plüss, Radolf von Salis, Heiri Schenkel, Fritz Schoch, evtl. weitere

Anmeldung unter: www.webpalette.ch

Anmeldeschluss: 15. Dezember 2007

Erlebnisausstellung „20 Jahre Umweltwissenschaften an der ETH Zürich“

Info-Anlass für Mittelschullehrerinnen und Mittelschullehrer

Das Departement Umweltwissenschaften (D-UWIS) der ETH Zürich feiert das 20-jährige Bestehen seines Studiengangs Umweltnaturwissenschaften. Anlässlich dieses Jubiläums öffnet das Departement am Samstag/Sonntag, 3./4. November 2007 seine Türen für die Bevölkerung. An der interaktiven Ausstellung "Staunen Forschen Handeln" können die Besucher/innen erleben, mit welchen Fragen sich Umweltwissenschaftler/innen beschäftigen. Dabei stellen verschiedene Gruppen ihre Forschungsthemen aus dem Bereich Umwelt vor und zeigen deren Relevanz für den Alltag eines jeden einzelnen auf.

Speziell für Mittelschullehrerinnen und Mittelschullehrer wird eine Informationsveranstaltung über den Studiengang Umweltnaturwissenschaften angeboten. Die anschliessende Führung durch die Ausstellung gibt Einblick in die Forschungsaktivitäten des Departements. Schliesslich rundet ein Apéro den Anlass ab.

Der **Informationsanlass** findet statt am
Samstag, 3.11.2007, 14:00 Uhr,
Treffpunkt Infodesk
Eingang Gebäude CHN, ETH Zürich,
Universitätstrasse 16, 8006 Zürich

Anmeldung unter information@env.ethz.ch
Tel: Dr. B. Schmied: 044 632 67 79
Weitere Informationen zur Ausstellung vom
3./4.11.2007 finden Sie unter
<http://www.20jahre.env.ethz.ch>

Physik Gestern, Heute und Morgen

Physikfestival zum Hundertjahr-Jubiläum der
Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft (SPS).

27. Juni 2008, Kulturcasino Bern

Die Schweizerische Physikalische Gesellschaft feiert ihr hundertjähriges Bestehen mit einem Festakt, Physik-Jahrmarkt und zahlreichen weiteren Aktivitäten. Alle Physik-Begeisterten, insbesondere Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler sind eingeladen, unser Fest mit eigenen Beiträgen zu bereichern.

Nähere Informationen finden Sie im **nächsten Bulletin** oder unter www.sps.ch

Kontakt: Sandra Hüni (Sekretariat SPS): Sandra.Hueni@unibas.ch

La Physique Hier, Aujourd'hui et Demain

Festival de physique en l'honneur du centenaire de la
Société Suisse de Physique (SPS)

27 Juin 2008, Kulturcasino Berne

La Société Suisse de Physique fêtera le centenaire de sa fondation avec une cérémonie officielle, une foire de physique et de nombreuses autres activités. Nous invitons tous les amateurs de la physique, en particulier les professeurs et élèves des écoles secondaires, à enrichir notre fête avec leurs contributions.

Vous trouverez de plus amples informations dans **le prochain bulletin** ou sur www.sps.ch

Contact : Sandra Hüni (Secrétariat SPS): Sandra.Hueni@unibas.ch

Ja - Oui - Sì

Ich möchte Mitglied des Vereins Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte (VSMP) sowie des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrerinnen und -lehrer (VSG) werden.

J'aimerais devenir membre de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique (SSPMP) et de la société suisse des professeurs de l'enseignement secondaire (SSPES).

Desidero diventare membro della Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica (SSIMF) e della Società Svizzera degli Insegnanti delle Scuole Secondarie (SSISS).

Beitrag/Montant/Quota: Fr. 95.- (VSG-SSPES-SSISS) + Fr. 30.- (SSIMF-SSPMP-VSMP)

Frau/Mme/Sig.ra Herr/M./Sig. Prof. Dr.

Name/Nom/Cognome:

Vorname/Prenom/Nome:

Adresse/Indirizzo (privat/privato):

Plz-Ort/NP-Ville/CAP-Luogo:

(Land/Pays/Paese):

Email: (Tel):

(Geburtsdatum/Date de naissance/Data di nascita):

Sprache/Langue/Lingua: D F I.

Schule/école/scuola: Kanton/canton/cantone:

Kategorie/Catégorie/Categoria: activ/actif/attivo passive/passif/passivo

Student/-in, étudiant(e), studente/ssa.

Einsenden an/envoyer à/inviare a:

VSG-SSPES-SSISS, Postfach 8742 (Waisenhausplatz 14), 3001 Bern

oder per Internet: www.vsg-sspes.ch

Impressum

Herausgeber – *Éditeur*

VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*

Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
 Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
 8424 Embrach

Layout – *Mise en page*

Jean-Luc Barras jeanluc.barras@postmail.ch
 Es Novallys 224 Tél. 026 912 98 24
 1628 Vuadens

Inserateverwaltung – *Publicité*

Deutschweiz:

Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
 Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
 8184 Bachenbülach

Suisse romande :

Philippe Beney philippe.beney@bluewin.ch
 Av. Pratifiori 10 Tel. 027 321 11 94
 1950 Sion

Adressänderung – *Changement d'adresse*

VSMP Mitglieder – Membres de la SSPMP :

VSG – SSPES – SSISS
 Sekretariat, Postfach 8742
 3001 Bern

Abonnenten die nicht Mitglieder der VSMP sind:

Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
 Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
 8424 Embrach

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)

– Délais de rédaction (de parution)

Nr. 106 31.12.2007 (20.02.2008)
 Nr. 107 30.04.2008 (20.06.2008)
 Nr. 108 31.08.2008 (20.10.2008)

Auflage – *Tirage*

900. Erscheint dreimal jährlich.

Präsidentin VSMP – SSPMP – SSIMF

Elisabeth McGarrity mcgarrity@rhone.ch
 Bäjiweg 45 Tel. 079 34 34 862
 3902 Brig-Glis

Deutscheschweizerische Mathematikkommission

Hansjürg Stocker hjstocker@bluewin.ch
 Friedheimstrasse 11 Tel. 044 780 19 37
 8820 Wädenswil

Deutscheschweizerische Physikkommission

Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
 Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
 8807 Freienbach

Commission Romande de Mathématique

Patrick Hochuli patrick.hochuli@gfbienne.ch
 Alex-Moser 50 Tél. 032 365 60 15
 2503 Bienne

Commission Romande de Physique

Philippe Drompt phil.drompt@swissonline.ch
 Rue des Tilles 23 Tél. 032 485 11 09
 2603 Péry

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana

Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
 Via Vincenzo d'Alberti 13
 6600 Locarno Tél. 091 751 14 47

Bestimmungen für Inserate und Beilagen

– Tarifs pour les annonces et les annexes

Ganzseitige Inserate Fr. 500.–
 Halbseitige Inserate Fr. 300.–
 Beilagen bis 20 g Fr. 500.–
 Beilagen über 20 g Nach Vereinbarung

Druck und Versand – *Imprimerie*

Niedermann Druck AG
 Rorschacherstrasse 290
 9016 St. Gallen

Internet-Adressen – Adresses Internet

<http://www.vsmf.ch> — <http://www.sspmp.ch> — <http://www.ssimf.ch>