

Peter Gallin
peter@gallin.ch

Sinus- und Cosinuskurve für die Schule

Sinus- und Cosinuskurve für die Schule

Peter Gallin, peter@gallin.ch

12. Juni 2025

Wenn man auf kariertem Papier eine schöne Sinus- oder Cosinuskurve zeichnen will, wählt man gerne 6 Häuschen als Längeneinheit (rot markierte Skala). Die erste Abbildung zeigt die wirkliche Cosinuskurve zusammen mit zwei Näherungslinien: Man kann zeigen, dass der Einheitskreis mit Zentrum im Ursprung des Koordinatensystems eine Näherungskurve für die Cosinuskurve bei $x = 0$ darstellt, und zwar so, dass der Kreis überall tiefer liegt als die Cosinuskurve. Und die Gerade mit der Steigung -1 durch die erste positive Nullstelle der Cosinuskurve ist Tangente an die Cosinuskurve.

Damit nun das Zeichnen für die Schülerinnen und Schüler leicht und schnell vor sich geht, wählt man gerne die Näherung $\pi \approx 3$. Das hat zur Folge, dass bei 6 Häuschen als Einheit jedes Häuschen auf der horizontalen Achse gerade 10° bedeutet und $\frac{\pi}{2}$ bei 9 und π bei 18 Häuschen zu finden sind. Zeichnet man den Einheitskreis (mit Radius 6 Häuschen) und die Gerade mit Steigung -1 durch die Nullstelle $\frac{\pi}{2}$ wie in der zweiten Abbildung, so kann man von Hand eine recht schöne Cosinuskurve zeichnen. Bei einer kräftigen Strichdicke ahnt man nichts Böses.

Ein Schüler hat aber bei seiner Analyse mit einer feinen Strichdicke gefunden, dass der Graph der wahren Cosinuskurve mit einer ersten Nullstelle bei 9 Häuschen sowohl die so gezeichneten Näherungskreise als auch die Tangenten nicht berührt, sondern schneidet, weil die Kurve in horizontaler Richtung leicht gestaucht ist, nämlich mit dem Faktor $\frac{3}{\pi} < 1$. Es lässt sich leicht nachrechnen, dass diese Schnittpunkte P und Q an kanonischen Orten liegen: P liegt bei $x = \frac{1}{2}$ und $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$, das heisst mit 6 Häuschen als Einheit bei $P = (3, 3\sqrt{3})$. Und für Q ergibt sich mit Häuschen $Q = (6, 3)$. Links von P liegt die Cosinuskurve tiefer als der Kreis und rechts von Q liegt sie höher als die Gerade mit Steigung -1 wie man in der vergrösserten dritten Abbildung mit feiner Strichdicke gut sehen kann. Beim Zeichnen von Hand kann man also zuerst bis P den Kreis benützen und ab Q die Gerade. Dazwischen kann man nach Gefühl die Kurve recht gut einlegen.

