

Hans Peter Dreyer
Ebnat-Kappel, hp.dreyer@thurweb.ch

Louis de Broglie, Erwin Schrödinger, Max Born und die Welle-Teilchen-Dualität der Materie

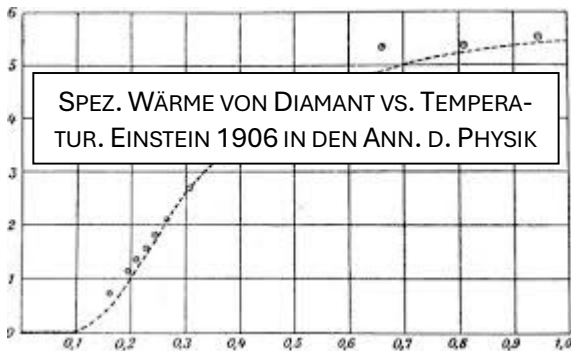
Il faut unifier les points de vue corpusculaire et ondulatoire. (L. de Broglie, 1924)

Je mehr ich über den physikalischen Teil der Schrödingerschen Theorie nachdenke, desto abscheulicher finde ich ihn. (W. Heisenberg, 1926)

Dieses 'Gespensterfeld' bestimmt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Lichtquant einen bestimmten Weg einschlägt. (M. Born, 1926)

Die Quanten sind eine hoffnungslose Schweinerei, klagt am 21. Oktober 1921 Max Born seinem Freund Einstein. Während dieser in Berlin als «mächtiger Direktor des physikalischen Instituts der Kaiser Wilhelm Gesellschaft» ohne Lehrverpflichtung seinen Gedanken nachgehen kann, sorgt sich der von Asthma und Inflation geplagte Born in Göttingen vor dem «recht grossen Betrieb» bei Semesterbeginn. Er hat wenig Geld, zieht aber viele junge Leute an. *Pauli ist jetzt mein Assistent; er ist erstaunlich klug und kann sehr viel. Mit Pauli gehe ich daran, Quantenrechnungen über Atome zu machen.* – Die halbklassische, alte Quantenphysik steckte in einer Krise, die rückblickend gut verständlich ist. Auf der Basis eines reinen Teilchenbilds und nur mit Bohrs Korrespondenzprinzip mussten Paulis *Quantenrechnungen über Atome* ebenso scheitern, wie zuvor diejenigen zum H_2^+ -Molekül-Ion in der Doktorarbeit bei Sommerfeld in München. Zwei Wege führten aus der Sackgasse: Einerseits Louis de Broglies genialer Gedanke, die Welle-Teilchen-Dualität vom Licht auf die Materie zu übertragen, und andererseits Werner Heisenbergs radikale Forderung, den anschaulichen Bahnbegriff der klassischen Mechanik zu verwerfen.

Die Quantenphysik der Materie beginnt 1906 mit Einsteins Überlegungen zur Anomalie der spezifischen



Wärme des Diamanten: *Wenn wir die Träger der Wärme in festen Körpern als periodisch schwingende Gebilde ansehen (...), so dürfen wir nach der Planck'schen Theorie der Strahlung nicht erwarten, dass die spezifische Wärme stets den Wert $3R$ besitze.* Einstein berechnet die innere Energie unter der Annahme, dass die *Gebilde* nur mit hf schwingen können und erhält eine Funktion, die für hohe Temperaturen $3R$, aber für kleine Temperaturen 0 ergibt. Einstein vergleicht die Funktionskurve mit den Messwerten seines ETH-Lehrers Weber und findet: *Sie liegen tatsächlich nahezu auf der Kurve.*

Dieser Stand der Dinge veranlasst den Chemiker-Physiker Nernst im Jahr 1910 zur Aussage: **Derzeit ist die Quantentheorie im Wesentlichen eine Rechenregel, man darf wohl sagen eine Regel mit höchst wunderlichen, ja sogar grotesken Eigenschaften. Jedoch hat sie in den Händen von Planck und Einstein so reiche Frucht getragen, dass nun die wissenschaftliche Verpflichtung besteht, zu ihr Stellung zu nehmen und sie experimenteller Prüfung zu unterwerfen.** Die semiklassische Quantenphysik fordert für Schwingungen und Drehungen ganzer Atome in Kristallen oder Molekülen eine Quantisierung der Energie und vermag auf dieser Basis auch IR-Schwingungen einfacher Moleküle wie CO_2 einigermaßen zu erklären. Die überraschende Entdeckung des Atomkerns bringt die Dinge ins Rollen: Ist der gleiche Ansatz auch im Atominnern gültig?

Niels Bohrs postuliert in seinem Atommodell, dass das Elektron nicht strahlt und in den Kern abstürzt, wenn sein Drall ein ganzzahliges Vielfaches des Wirkungsquantum $h/2\pi$ ist. Mit dieser neuen Rolle für h kann er nicht nur die Stabilität der Atome begründen, sondern auch Grösse und die in den Spektren abgebildeten Energiestufen des Wasserstoff-Atoms ausrechnen. Einstein, 1913 Professor an der ETH, zeigt sich begeistert darüber, dass die Atomgrösse, mit der er sich vor Jahren beschäftigt hat, nun auf fundamentale Konstanten, wie Elektronenladung und -masse zurückgeführt ist. Max von Laue und Otto Stern hingegen, die damals ebenfalls in Zürich wirken und gemeinsam wandern, leisten den «Üetli[berg]-Schwur»: Sie würden die Physik an den Nagel hängen, sollte sich das verrückte Modell als zutreffend herausstellen. In der Tat hat Bohrs Modell Schwächen. Z. B. wäre Wasserstoff scheibenförmig und hätte im Grundzustand einen Drall.

Schon bevor deutlich wird, dass mit dem Modell weder das Heliumatom noch der Magnetismus verstanden werden können, zweifelt Bohrs Mentor in Manchester am Mix von klassischer Planeten-Mechanik und modernem Wirkungsquantum h . Am 20. März 1913 schreibt Rutherford: *I have received your paper safely and read it with great interest, but I want to look it over again (...). Your ideas as to the origin of the spectrum of hydrogen are very ingenious, and seem to work out well; but the mixture of Planck's ideas with the old mechanics makes it very difficult to form a physical idea of what is the basis of it.* Beispielsweise müssten die beobachteten Spektrallinien den Übergängen zwischen bestimmten Bahnen entsprechen. [But] *there appears to me one grave difficulty in your hypothesis (...). How does an electron decide what frequency it is going to vibrate? [And] you have to assume that the electron knows beforehand where it is going to stop.* Schon früh ist also klar, dass mit einem rein klassischen Teilchen-Elektron das Verhalten der Atome nicht richtig verstanden werden kann. Elliptische Bahnen und andere Raffinessen bringen keine endgültige Lösung. Damit die Quantenphysik auch das Atominnere korrekt zu beschreiben vermag, braucht es revolutionäre Ideen.

Prince Louis-Victor de Broglie überlebt das Gemetzel des ersten Weltkriegs als Funker auf dem Eiffelturm. Für die Dissertation arbeitet er nicht experimentell im Privatlabor seines Bruders Maurice, sondern theoretisch, speziell mit den Unterlagen der Solvay-Konferenzen. Dabei entwickelt er eine Idee: Wenn Energie in Form von Licht Teilchen- und Wellenaspekt zeigt, sollte das auch für Energie in der Form von Elektronen der Fall sein.



L. de Broglie

Die Welle-Teilchen-Dualität vom Licht auf die Materie erweiternd, stellt Louis de Broglie ein Programm auf: [Il faut] *unifier les points de vue corpusculaire et ondulatoire et approfondir un peu le sens véritable des quanta.* Für seine kühne Vermutung gibt er eine theoretische Rechtfertigung der Art: «So wie die Wellenoptik umfassender ist als die Strahlenoptik, so muss eine neue Wellenmechanik umfassender sein als die alte Mechanik.»

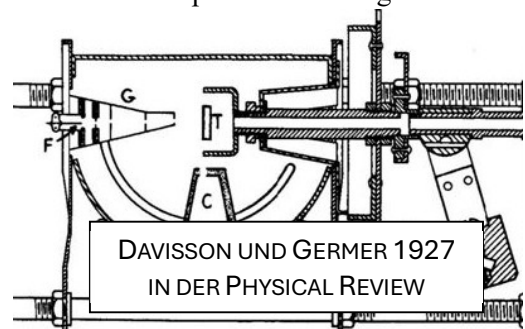
«Nach langem, einsamem Nachdenken» kommt de Broglie zur genialen, revolutionären, vollkommen kontraintuitiven, Schlussfolgerung: ***À toute particule matérielle de masse m et de vitesse v doit être associée une onde réelle.*** Zur Berechnung der Länge dieser

onde réelle stützt sich de Broglie auf die in der Mittelschule unzugängliche Hamiltonsche Mechanik und die Relativitätstheorie. Im Gymnasium kann eine Analogie mit dem Licht weiterhelfen. Für elektromagnetische Strahlung γ gilt: $p_\gamma = E_\gamma/c = hf_\gamma/c = h/\lambda_\gamma$. $\Leftrightarrow \lambda_\gamma = h/p_\gamma$. Mit de Broglie nimmt man an, was fürs Licht zutrifft, gelte auch für Quantenobjekte mit Ruhemasse: $\lambda_{\text{de Broglie}} = h/p$: links Wellenaspekt, rechts Teilchenaspekt. Das ist natürlich keine Herleitung. Doch eine solche kann es für die mathematische Form der grundlegend neuen Idee auch nicht geben. Den Experten, die de Broglies Dissertation beurteilen müssen, ist die Sache nicht ganz geheuer, so dass sie Einstein zu Rate ziehen. Dieser kennt Maurice de Broglie, den älteren Bruder, von den Solvay-Kongressen und berichtet nach der Lektüre dem von ihm hoch geschätzten H. A. Lorentz nach Leyden: *Der junge de Broglie hat einen sehr interessanten Versuch zur Deutung der Bohr-Sommerfeldschen Quantenregel unternommen. (...) Ich habe einiges gefunden, was für seine Konstruktion spricht.*

Als Begründung für *seine Konstruktion* kann Louis de Broglie 1924 nur angeben, dass in stabilen Zuständen des H-Atoms die *onde associée* des Elektrons auf dem Umfang $2\pi r$ eine ganze Anzahl n von Wellenlängen besitzen müsse: $n\lambda_{\text{dB}} = nh/p$. Daraus ergibt sich die *Bohr-Sommerfeldsche Quantenregel* $rp = nh/2\pi$. In der Zusammenfassung seiner Dissertation folgert de Broglie: *Nous avons montré qu'elles [les lois de stabilité des trajectoires] peuvent s'interpréter comme exprimant la résonnance de l'onde de phase.* Von der Welle, die das Elektron «begleitet», ist nur die Phase und zusätzlich ihre Wellenlänge von Bedeutung.

Mit der abgebildeten Apparatur können C. Davisson und L. Germer drei Jahre später die Richtigkeit von de Broglies Spekulation bestätigen: Ein Gewehr G schiesst Elektronen von etwa 50 eV auf einen Nickelkristall T. Die gestreuten Elektronen werden vom Kollektor C aufgefangen, der unter verschiedenen Winkeln Maxima und Minima misst. Die Datenauswertung zeigt teilweise Analogie zur Bestrahlung von Ni mit der wellenartigen Röntgenstrahlung, also zeigen sich Elektronen hier auch wellenartig.

Die ganze Geschichte ist viel komplizierter. Davisson versuchte seit Jahren im Bell-Lab die Lebensdauer von Radioröhren mit Nickel-Anoden zu verlängern und betrachtete deshalb mit verschiedenen Mitarbeitern den Aufprallprozess. Trotz mässigem Erfolg publizierte er Daten. Im Sommer 1926

DAVISSON UND GERMER 1927
IN DER PHYSICAL REVIEW

kombiniert er seine Hochzeitsreise mit der Teilnahme am *Oxford meeting of the British Association for the Advancement of Science*. Dort hört er einen Vortrag von Max Born über die neuesten Entwicklungen der Quantenmechanik und sieht überrascht, wie seine unbefriedigenden Messwerte als Beleg für die ihm vorher nicht bekannten de Broglie-Wellen dienen. Zurück in New Jersey perfektioniert er seine Messungen derart, dass Skeptiker überzeugt werden. Das bringt ihm – aber nicht den Mitarbeitern – einen Nobelpreis ein. Das Geschehen illustriert, dass man nur finden kann, was man sucht, und dass «fake history» suggeriert wird, wenn in Lehrbüchern zuerst Davissons Experiment und erst anschliessend de Broglies Idee vorgestellt wird.

Offensichtlich ist der schriftliche und mündliche Gedankenaustausch wesentlich für die Entwicklung der Wissenschaft. Einstein ist ein wichtiger Knoten in diesem Beziehungsnetz, daher ein Einschub mit Bezug zum Gymnasium: Der Quereinsteiger Albert hat *grosse Lücken* in Französisch, vermerkt das Protokoll, als er in der Kantonsschule Aarau zugelassen wird. Trotz gutem Fleiss bringt er es an der Matura mit seinem Aufsatz *Mes projets d'avenir* nur auf die ungenügende Note 3. Er kündigt allerdings korrekt an: *Je m' imagine de devenir professeur dans ces branches* [les mathématiques et la physique]. In Deutschland ist er nach der Niederlage und dem Zusammenbruch des Kaiserreichs einer der wenigen Physiker, die Kontakte zum Erzfeind pflegen und de Broglies Arbeit im Original lesen. Diese Lektüre regt ihn 1924 an zur zweiteiligen Arbeit *Über die Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, also von ungeladenen Quantenobjekten mit Ruhemasse. Darin untersucht er wieder Schwingungserscheinungen und findet als Ergebnis gleich wie beim Licht einen Term mit zwei Summanden. *Der erste wäre allein vorhanden, wenn die Moleküle* [Quantenobjekte] *voneinander unabhängig wären*, wie es die klassische Physik voraussetzt. Dazu kommt ein zweiter Anteil. *Man kann ihn in entsprechender Weise deuten, indem man dem Gase einen Strahlungsvorgang zuordnet und dessen Interferenzschwankungen berechnet. Ich gehe näher auf diese Deutung* [Materie zeigt sowohl Teilchen- als auch Wellenaspekt] *ein, weil ich glaube, dass es sich um mehr als um eine blosser Analogie handelt*. Wie man den *Strahlungsvorgang zuordne*, habe L. de Broglie in einer sehr beachtenswerten Schrift dargetan. In der gleichen Arbeit sagt Einstein das Phänomen voraus, das später Bose-Einstein-Kondensat heisst: *Es wird sich ein nicht unerheblicher Quanteneinfluss auf die Zustandsgleichung bemerkbar machen*. Erst siebzig Jahre später kann dieser *nicht unerhebliche Quanteneinfluss* experimentell nachgewiesen werden.

Sofort wirkt sich hingegen aus, dass Einstein und Erwin Schrödinger, ein Nachfolger auf dem Lehrstuhl an der Universität Zürich, sich über den Wellenaspekt der Materie austauschen. Schrödinger nimmt das Thema auf und findet, dass man die *de Broglie-Einstein'sche Wellentheorie von bewegten Körpern ernst* nehmen soll. Er tut dies ab Januar 1926 in der Artikelserie *Quantisierung als Eigenwertproblem*. Für Gymnasiastinnen und Gymnasiasten könnte man das übersetzen in: «Bestimmung der Energiewerte von gebundenen Systemen mit Hilfe von abstrakten ψ -Wellen-Schwingungen, die einer neuartigen Gleichung mit h gehorchen.» Das abstrakte ψ bezeichnet Schrödinger bloss als *Feldskalar* – eine skalare Grösse, die im ganzen Raum und nicht nur am Ort des Objekts eine Rolle spielt. Dann stürzt er sich aufs H-Atom und klagt: *Wenn ich nur mehr Mathematik könnte*. Sein Kollege Hermann Weyl hilft ihm mit den Kugelfunktionen, so dass er Bohrs Energieniveaus auf eine neue Art begründen kann. Was das ominöse ψ bedeuten soll, fragen alle Kollegen, unter anderen



E. Schrödinger

Erich Hückl mit dem abgedruckten Gedicht. Auch die Geheimräte Planck und Sommerfeld erkundigen sich sofort. Schrödinger muss zugeben, dass er es nicht genau weiss. Er antwortet am 26. Februar nach Berlin: *Hochverehrter Herr Geheimrat Planck*. (...)

Ich meine selbstverständlich nicht, dass nun alles wieder mit Mechanik zu erklären sei, dass etwa jene ψ -Schwingungen Massenschwingungen im Sinne der gewöhnlichen Mechanik sind. Im Gegenteil: sie oder etwas ihnen Ähnliches scheint aller Mechanik und Elektrodynamik zugrunde zu liegen.

Schrödinger stellt sich anfänglich vor, dass die Ladung der Elektronen gar nicht lokalisiert, sondern gemäss ψ vollkommen im Raum verteilt ist. Diese konkrete, aber nicht experimentell überprüfbare Vorstellung ist es, die Heisenberg in einem Brief an Pauli zur Formulierung verleitet: *Je mehr ich über den physikalischen Teil der Schrödingerschen Theorie nachdenke, desto abscheulicher finde ich ihn*.

Heute ist klar: *Jene ψ -Schwingungen* bilden eine neue Grundlage der Mechanik für Elektronen, Atome, Moleküle, Kristalle und sogar Fussbälle. Bei diesem ist aber λ_{dB} nur rund 10^{-36} m, so dass die neue mit der klassischen Mechanik zusammenfällt. *Was man sich dabei vorstell'n soll*, wird hingegen heute noch diskutiert.

Gar Manches rechnet Erwin schon
Mit seiner Wellenfunktion.
Nur wissen möcht' man gerne wohl
Was man sich dabei vorstell'n soll.

Im Gymnasium ist etwa zur Diskussion von Schrödingers Katze der Zustandsbegriff wichtiger als die allgemeine Schrödinger-Gleichung. Eine partielle Differenzialgleichung in einem mehrdimensionalen, komplexen Raum ist nicht zugänglich. Hingegen treffen die Lernenden stehende ψ -Wellen als Orbitale im Chemieunterricht an. Nach Absprache ist es erlaubt, auch im Physikunterricht den 1s-Zustand zu diskutieren. Die Funktion $\psi_1(r) = C_1 \cdot e^{-r/a}$ kann nicht hergeleitet, wohl aber diskutiert werden: Das H-Atom erstreckt sich ins Unendliche; der Bohr'sche Radius a ist die charakteristische «Zerfallsgrösse». Das Elektron ist auch im Kern anzutreffen; die Punktsymmetrie zeigt, dass im Grundzustand kein Drall zur Stabilität nötig ist.

Intuitiv kann die Stabilität als Gleichgewicht zwischen dem durch die teilchenartige Ladung verursachten Trend nach Innen und dem durch die wellenartige Masse verursachten Trend nach aussen veranschaulicht werden. Auch ohne Schrödinger-Gleichung leuchten Sinuswellen für das Quantenobjekt im unendlich tiefen Potentialtopf mit der Breite b ein. Sie liefern das diskrete Energiespektrum mit $E_0 > 0$, lassen sich mit dem Quantum-Dot verbinden und erlauben mit $b \rightarrow \infty$ den Übergang zum freien Objekt.

Max Borns Institut in Göttingen ist auch im Sommer 1926 quantenphysikalisch aktiv. Vor einem Jahr ist hier Heisenbergs Idee zur Matrizenmechanik perfektioniert worden. Über sie schrieb Einstein an Ehrenfest: *Heisenberg hat ein grosses Quantenei gelegt. In Göttingen glauben sie daran. Ich nicht.* Mittlerweile ist klar, dass Schrödingers und Heisenbergs Quantenmechanik gleichwertig sind. Nun publiziert Born allein einen Artikel: *Die Stossvorgänge haben nicht nur die überzeugendsten experimentellen Beweise für die Grundannahmen der Quantentheorie geliefert, sondern scheinen auch geeignet, Aufklärung zu geben über die physikalische Bedeutung der sogenannten 'Quantenmechanik'.* Damit prägt er den neuen Begriff und führt folgendermassen die Wahrscheinlichkeit in die Quantenphysik ein: Heisenberg, Jordan und er hätten zuerst die Auffassung vertreten, dass eine exakte Darstellung der Vorgänge in Raum und Zeit überhaupt unmöglich sei. (...) Schrödinger auf der anderen Seite scheint den ψ -Wellen eine Realität von der selben Art zuzuschreiben, wie sie Lichtwellen besitzen. (...) Keine dieser beiden Auffassungen scheint mir befriedigend.

Ich [Born] möchte versuchen, hier eine dritte Interpretation zu geben und ihre Brauchbarkeit an den Stossvorgängen zu erproben. Dabei knüpfe ich an eine Bemerkung Einsteins über das Verhältnis von [elektromagnetischem] Wellenfeld und Lichtquanten an. (...) **Dieses 'Gespensterfeld' bestimmt die Wahrscheinlichkeit** [Hervorhebung HPD] dafür, dass ein Lichtquant (...) einen bestimmten Weg einschlägt. (...) Bei der vollständigen Analogie [Welle-Teilchen-Dualität] zwischen Lichtquant und Elektron wird man die Gesetze der Elektronenbewegung in ähnlicher Weise formulieren. Und hier liegt es nahe, die DE BROGLIE-SCHRÖDINGERschen Wellen als das «Gespensterfeld» oder besser «Führungsfeld» anzusehen. Diese dritte Interpretation schreiben wir heute für reelle ψ als $w(x) = \psi^2$ und folgern, dass man sich eine Wahrscheinlichkeitsdichte $w(x)$ vorstell'n soll, eine Verteilung wie z. B. für Grippeviren. Daraus ergibt sich, dass reell-wertige ψ die sehr unanschauliche Dimension einer Wurzel aus Wahrscheinlichkeitsdichte besitzen.



E. SCHRÖDINGER, L. DE BROGLIE UND M. BORN AM 5. SOLVAY-KONGRESS, BRUXELLES 1927.
PAULI UND HEISENBERG STEHEN HINTER IHREM FÖRDERER BORN, BOHR SITZT NEBEN IHM.

Eine Skizze der historischen Entwicklung der Quantenmechanik mag Fachleute weniger überzeugen als eine Axiomatik im Hilbertraum. Aber nur die Menschen und ihre Interaktionen stimulieren bei Gymnasiastinnen und Gymnasiasten das Interesse für derart abstrakte Erkenntnisse. Manchmal vermögen Geschichten sogar grundlegende Einsichten zu wecken: *Es überraschte mich, dass die Physik im Grunde nicht einfach schon da ist, sondern von Menschen erarbeitet wird,* schreibt Thea aus dem Schwerpunkt Musik im 11. Schuljahr nach der Beschäftigung mit Quantenphysik.