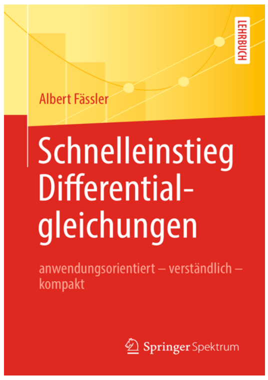
Albert Fässler

„Schnelleinstieg Differentialgleichungen“

174 Seiten, Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2018
Softcover CHF 21.00, ISBN 978-3-662-55738-9
ebook CHF 16.50, ISBN 978-3-662-55739-6



von Daniela Grawehr
Kollegi Schwyz und Institut für Erziehungswissenschaften der Universität Zürich
grawehr@kfanet.ch

Differentialgleichungen gehören im gymnasialen Mathematikunterricht zumindest im Ergänzungs- und Schwerpunktfach zum Standard-Curriculum. Seit der Veröffentlichung des *Kanons Mathematik* (http://www.math.ch/kanon/) sollten sich die Gymnasial-Lehrpersonen Gedanken machen, wie und in welchem Umfang Differentialgleichungen auch im Grundlagenfach thematisiert werden sollen, denn im *Kanon* sind unter Analysis „Differentialgleichungen und Modellieren“ aufgeführt.

Der Zugang von Fässler zur Thematik ist denn auch der Weg, der im *Kanon* skizziert ist. Fässler schreibt im Vorwort, dass er inhaltlich weitgehend auf komplexe Lösungsverfahren verzichtet, insbesondere „bei aufwendigeren Problemen“ hat er „mit Nachdruck Wert darauf gelegt, die Richtigkeit von vorgegebenen Lösungen durch Differenzieren und Einsetzen nachzuweisen.“ (Fässler, S. VI) Sein Schwerpunkt liegt auf „einer abwechslungsreichen Palette von Anwendungen aus verschiedenen Gebieten“ (Fässler, S. VI). Die Anwendungsaufgaben werden bei einfachen Lösungsmethoden algebraisch, bei komplexeren numerisch mit Hilfe von „Mathematica“ gelöst (Mathematica wird hauptsächlich bei numerischen Methoden und Vektorfeldern eingesetzt, mit Beispielcode).[1]

Das Buch beginnt mit einem Kapitel „Benötigte analytische Vorkenntnisse“, das im Stil Definition-Satz-Beweis gehalten ist, und geht aus meiner Erfahrung als Lehrperson über das hinaus, was man einem Gymnasiasten eins-zu-eins vorsetzen würde. Allerdings sind auch in diesem Kapitel vielfältige Beispiele zu finden, die beim Vorbereiten einer Unterrichtssequenz inspirierend sein werden. Besonders gut gefallen hat mir hier das Beispiel 1.3.4 Optimales Stoppen:
„Eine Touristin, die eine Rheinschifffahrt genießt, weiß nur, dass entlang der Reiseroute insgesamt 20 Schlösser mit Übernachtungsmöglichkeiten vom Schiff angefahren werden. Ihr Wunsch ist es, möglichst im schönsten Schloss zu logieren. Sie weiß aber nicht, an welcher Anlegestelle es liegt und wie es heißt. Beim Anblick eines Schlosses muss sie jeweils sofort entscheiden, ob sie dort übernachten will oder nicht. Es gibt für sie kein Zurück zu schon passierten Schlössern.
Frage: Welche Strategie soll sie befolgen, damit die Erfolgswahrscheinlichkeit möglichst groß ist?“
(Fässler, S. 17)

Ab Kapitel 2 geht es dann um Differentialgleichungen und hier wechselt der Stil. Fässler verzichtet „auf längere und oft mühsame technische Beweise von Existenzsätzen“ und setzt den Fokus auf Anwendungen und die „Kenntnis des Inhalts solcher Theoreme“ (Fässler, S. VI). Er illustriert zum Beispiel, was eine Differentialgleichung ist, in dem er zum einen durch Einsetzen die Lösung eines Beispiels überprüft und zum anderen mit Hilfe von Richtungsfeldern graphisch Lösungen generiert. Im Buch werden Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung sowie Systeme von Differentialgleichungen behandelt.
Was Lösungsmethoden betrifft, wird bei homogenen Differentialgleichungen erster Ordnung die Methode der Separation der Variablen eingeführt. Bei den inhomogenen Differentialgleichungen erster Ordnung wählt er

[1] Ich hätte es aus Sicht einer Lehrperson am Gymnasium begrüsst, wenn der Autor anstatt Mathematica zu wählen, eine offene Software, wie z.B. Sage oder Octave benutzt hätte, da vermutlich an den wenigsten Schulen Mathematica als Software für die Lernenden zur Verfügung gestellt wird. Die Übersetzung der Befehle in die jeweilig gewählte Software sollte aber leicht fallen.

als Methode nicht die Methode der Variation der Konstanten (wird im Buch nicht behandelt), sondern die Methode des sogenannten integrierenden Faktors, die ich bisher nur beim Korrigieren einer Maturaprüfung im Ergänzungsfach als Lösungsmethode bei einer Schülerin gesehen habe und versucht hatte, sie zu verstehen. Hier habe ich endlich den Schlüssel dazu gefunden. Ein eigenes Kapitel ist den numerischen Verfahren gewidmet.

Bei den vielfältigen Beispielen werden zwar die verschiedenen Wachstums-Typen benannt, aber nicht konkret als mögliche Modelle, aus denen man auswählen kann, systematisiert. Hier liegt meiner Ansicht nach die einzige Schwäche des Buchs, denn - auch wenn ausgiebig modelliert wird - so doch immer mit einem physikalischen Modell im Hintergrund, das eine geeignete Wahl der Parameter liefert. Es fehlen mir Beispiele, bei denen aus Datensätzen heraus versucht wird, eine Prognose für die Zukunft zu erstellen, bei denen die Wahl der Parameter sehr offen ist, um zu thematisieren, dass Prognosen mit Hilfe von mathematischen Modellen nicht immer unproblematisch sind und oft auch auf Annahmen beruhen. Ich hatte einmal die Gelegenheit in einem Beratungsunternehmen zu arbeiten, wo es hauptsächlich meine Aufgabe war, grosse Datenmengen zu analysieren und anschliessend mit mathematischen Modellen Prognosen zu erstellen, die oft auf zwar logisch sinnvollen, aber sehr wagen Vermutungen beruhten.[2]

Trotzdem möchte ich dem Autor gratulieren für seine gelungene Auswahl und Vielfältigkeit der Beispiele und Aufgaben – Ökonomie, Physik, Kosmologie, Medizin, Sport, globale Erwärmung, … - eine Fundgrube, die jeder Lehrperson genügend Ideen für Ihre Unterrichtsvorbereitung liefert, oder wo man das Buch auch direkt als Unterrichtsmaterial einsetzen kann.

Die im Buch vorhandenen Lösungen zu den Aufgaben sind - zumindest für Lehrpersonen - ausreichend detailliert, um den Lösungsweg nachzuvollziehen zu können. Zu den anspruchsvolleren Denkaufgaben, die meistens in einer Art Projektauftrag formuliert sind, erhält man in den Lösungen einen Hinweis, welchen Weg man am besten einschlägt.

Sehr gut gefallen haben mir die immer wieder vorhandenen historischen Anmerkungen oder Bemerkungen zu Realitätsnähe von im Buch vorgestellten Lösungsmodellen, oder wenn im Kapitel über numerische Methoden auch thematisiert wird, worin Vor- und Nachteile dieser Lösungsverfahren liegen. Sehr gelungen finde ich das Beispiel des Fallschirmabsprungs (Fässler, S. 147), wo zuerst analytisch an das Problem herangegangen wird, anschliessend die Realitätsnähe der Lösung geprüft wird (Problem: Was passiert um den Zeitpunkt des Öffnens des Fallschirms?) und dann mit numerischen Methoden das Modell verbessert wird.

Die Einschätzung des Autors über den Interessentenkreis der Leser seines Buches finde ich treffend. Er schreibt, dass es für „mathematisch-naturwissenschaftlich motivierte Schüler gegen Ende der Sekundarstufe II (Gymnasien, Kantonsschulen)“ (Fässler, S. VI), aber hauptsächlich für Studierende oder Dozierende von Interesse ist. Es ist sicher für die Vorbereitung des Unterrichts über Differentialgleichungen sehr hilfreich und bietet viele gute Ideen, die in einen interessanten Unterricht über Differentialgleichungen einfliessen können, welcher auf das Verständnis der Thematik Wert legt und nicht nur auf Fertigkeiten bei Lösungsmethoden. In einem Schwerpunkt oder Ergänzungsfach könnte ich mir sogar vorstellen, dass Buch anzuschaffen und ausschnittsweise als Unterrichtsmaterial einzusetzen. Die selbst gemachte Vorgabe von Fässler, den Fokus beim Thema Differentialgleichungen weg von den Lösungsverfahren und hin zum Modellieren zu setzen, finde ich äusserst gelungen umgesetzt. Meiner Ansicht nach sollte dieses Buch in die Bibliothek jeder Mathematiklehrperson gehören.

---

[2]Sehr gelungen finde ich zu diesem Thema im Buch „Neue Wege der Mathematik“ die Aufgabe zum Piotrowski-Gesetz (Sprachwandel, logistisches Wachstumsmodell), welche ich bei meinem letzten Schwerpunktfach mit Hilfe von Geogebra habe bearbeiten lassen. Bei diesem Beispiel sieht man deutlich, dass je nach Datenlage die Wahl der Parameter schwierig ist, weil bei logistischen Wachstums-Prozessen, die den Wendepunkt noch nicht überschritten haben, eine Vorhersage eher problematisch ist.