

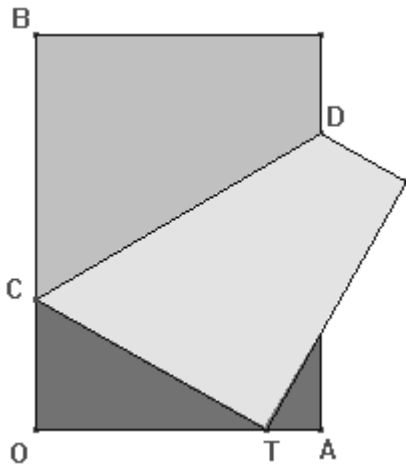
Petits problèmes mathématiques

Monsieur Rolf Rose, professeur à la retraite, aime toujours résoudre des problèmes de niveau gymnasial. Parmi ses propositions, j'ai bien aimé et mis en forme un problème élémentaire de pliage et un problème moins évident de géométrie.

Pliage d'une feuille rectangulaire

On plie une feuille rectangulaire de manière à ramener le coin supérieur gauche sur le bord inférieur. Quelle est longueur du pli ?

Problème précisé



On connaît les dimensions de la feuille

$$a = OA \text{ et } b = OB$$

ainsi que la position du coin rabattu

$$t = OT$$

Comme sur la figure ci-contre, on a

$$b \geq a \geq t \geq 0$$

Calculer alors la longueur du pli

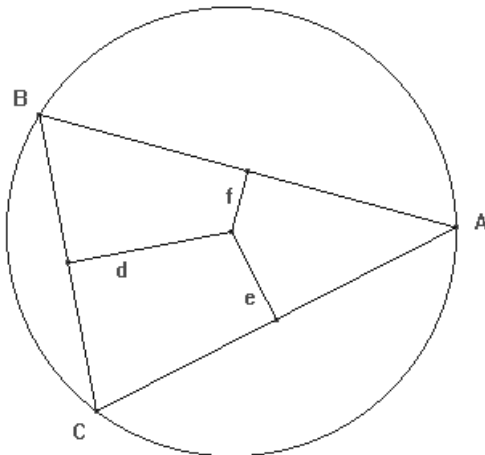
$$p = CD$$

Solution :
$$p = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + t^2}$$

Cercle circonscrit

Si l'on connaît les trois côtés d'un triangle, la trigonométrie permet de déterminer ses angles, le rayon de son cercle circonscrit ainsi que les distances du centre de ce cercle à chacun des côtés. Réciproquement, si l'on connaît les distances du centre du cercle circonscrit à chacun des côtés, peut-on retrouver les côtés du triangle ?

Problème précisé



Étant donnés trois nombres positifs d , e et f , on cherche les côtés d'un triangle pour lequel ces nombres sont les distances des côtés au centre du cercle circonscrit.

- Combien y a-t-il de solutions ?
- Peut-on construire une solution ?

Élément de réponse

En notant $n^2 = d^2 + e^2 + f^2$ et $p^2 = d^2 e^2 f^2$, le rayon r du cercle est un zéro positif du polynôme $r^6 - 2n^2 r^4 + n^4 r^2 - 4p^2$.

Les côtés se calculent à partir de r grâce au théorème de Pythagore.

P.S. Je suis preneur d'une construction géométrique pour le deuxième problème !

Marcel-Yves.Bachmann@rpn.ch